TRUNG TÂM LUYỆN THI ĐẠI HỌC
THPT CHUYÊN LÝ TỰ TRỌNG CẦN THƠ

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2011
Môn thi: TOÁN; khối B
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể phát đề

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (*7 điểm*)

Câu I (*2 điểm*)

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ (1) với m là tham số thực.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.
2. Định m để hàm số (1) có cực trị, đồng thời đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân.

Câu II (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: $2\cos^2(2x + \frac{\pi}{4}) = \cot x - \tan x - 2$
2. Giải bất phương trình: $\dfrac{2x(\sqrt{3x-5} + \sqrt{4x-3})}{\sqrt{2x+9} + 3} + 15 < 5\sqrt{2x+9}$

Câu III (*1 điểm*)

Tính $\displaystyle\int \frac{\cot x - \tan x - 2\tan 2x}{\sin 4x}\,dx$

Câu IV (*1 điểm*)

Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60^0. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Câu V (*1 điểm*)

Tìm các giá trị của tham số m để phương trình sau có đúng bốn nghiệm thực:

$$m(x+4)\sqrt{x^2+2} = 5x^2 + 8x + 24$$

PHẦN TỰ CHỌN (3 *điểm*) - *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần* (*phần A hoặc phần B*)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (*2 điểm*)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đường phân giác trong kẻ từ A, đường trung tuyến kẻ từ B và đường cao kẻ từ C lần lượt có phương trình: $x + y - 3 = 0$, $x - y + 1 = 0$, $2x + y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.
2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x + z - 3 = 0$, (Q): $y + z + 5 = 0$ và điểm $A(1;-1;-1)$. Tìm tọa độ các điểm M trên (P), N trên (Q) sao cho MN vuông góc với giao tuyến của (P), (Q) và nhận A là trung điểm.

Câu VII.a (*1 điểm*)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4^{2x^2-2} - 2^{2x^2+y-1} + 4^y = 4 \\ 2^{2y+2} + 3.2^{2x^2+y} = 112 \end{cases}$

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (*2 điểm*)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại B, phương trình $AB: \sqrt{3}x - y - 2\sqrt{3} = 0$, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I(0;2)$, điểm B thuộc trục Ox. Tìm tọa độ điểm C.
2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(2;4;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm M trên (α) sao cho biểu thức $T = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

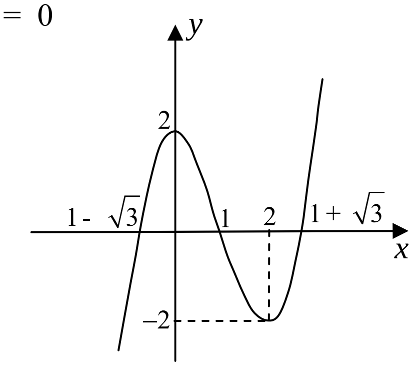
Câu VII.b (*1 điểm*)

Giải phương trình: $\log_{\sqrt{x+3}}(4x^2+4x+1)+\log_{2x+1}(2x^2+7x+3)=5$

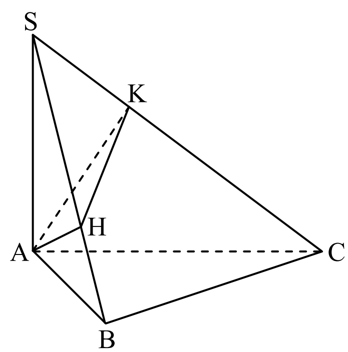
---------------Hết---------------

Họ và tên thí sinh:……………………………….

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
Môn thi: TOÁN; khối: B

Câu	Đáp án	Điểm
I **(2,0 điểm)**	1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$	
	• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ • Sự biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x,$ - Chiều biến thiên: $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right., y(0) = 2, y(2) = -2$	**0,25**
	Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ - Cực trị: + Hàm số đạt cực tiểu tại x = 2 và $y_{CT} = y(2) = -2$; + Hàm số đạt cực đại tại x = 0 và $y_{CĐ} = y(0) = 2$. - Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} = +\infty, \quad \lim\limits_{x\to+\infty} = -\infty$	**0,25**
	Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline y'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y(x) & & & 2 & & & & +\infty \\ & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \\ & -\infty & & & & -2 & & \end{array}$	**0,25**
	$y'' = 6x - 6, y'' = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1, y(1) = 0$ $\Rightarrow$ điểm uốn I(0; 2) Đồ thị: đi qua các điểm $(-2; -1)$, $(2; 3)$ và nhận điểm uốn I(0; 1) là tâm đối xứng.  	**0,25**
	2. Định *m* để hàm số (1) có cực trị, đồng thời đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân.	
	Hàm số có cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -3 \quad (1)$	**0,25**
	$y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ $= \frac{1}{3}(x-1).y' + (-\frac{2m}{3} - 2)x + 2 - \frac{m}{3}$ Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình $y = (-\frac{2m}{3} - 2)x + 2 - \frac{m}{3}$	**0,25**
	Đường thẳng này cắt 2 trục Ox và Oy lần lượt tại $A\left(\frac{m-6}{2(m+3)}; 0\right), B\left(0; \frac{6-m}{3}\right)$	**0,5**

	Tam giác OAB cân khi và chỉ khi $OA = OB$ $\Rightarrow \left\|\frac{m-6}{2(m+3)}\right\| = \left\|\frac{6-m}{3}\right\|$ $\Rightarrow m = 6; m = -\frac{9}{2}; m = -\frac{3}{2}$ Với m = 6 thì $A \equiv B \equiv O$ do đó so với điều kiện ta nhận $m = -\frac{3}{2}$	
II **(2,0 điểm)**	1. Giải phương trình: $2\cos^2(2x + \frac{\pi}{4}) = \cot x - \tan x - 2$	
	Đk $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in Z$ Phương trình đã cho tương đương với: $1 + \cos(4x + \frac{\pi}{2}) = \frac{\cos 2x}{\sin x \cos x} - 2$	**0,25**
	$\Leftrightarrow 1 - \sin 4x = \frac{\cos 2x - \sin 2x}{\sin x \cos x} \Leftrightarrow (\cos 2x - \sin 2x)^2 = \frac{\cos 2x - \sin 2x}{\sin x \cos x}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x - \sin 2x = 0\\(\cos 2x - \sin 2x)\sin 2x = 2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan 2x = 1\\\sin 4x + \cos 4x = 5\end{array}\right.$	**0,25**
	$\Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{l\pi}{2}, l \in Z$ So với điều kiện ta có nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{8} + \frac{l\pi}{2}, l \in \mathbb{Z}$	**0,25**
	2. Giải bất phương trình: $\frac{2x(\sqrt{3x-5}+\sqrt{4x-3})}{\sqrt{2x+9}+3} + 15 < 5\sqrt{2x+9}$	
	Đk $x \geq \frac{5}{3}$ Bất phương trình đã cho tương đương với $\frac{2x(\sqrt{3x-5}+\sqrt{4x-3})}{\sqrt{2x+9}+3} - 5(\sqrt{2x+9} - 3) < 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{3x-5} + \sqrt{4x-3} - 5 < 0$	**0,25**
	Xét hàm số $f(x) = \sqrt{3x-5} + \sqrt{4x-3} - 5, \forall x \geq \frac{5}{3}$ Có $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x-5}} + \frac{2}{\sqrt{4x-3}} > 0, \forall x > \frac{5}{3}$ nên hàm $f(x)$ tăng $\forall x \geq \frac{5}{3}$, mặt khác $f(3) = 0$	**0,50**
	Từ đó suy ra nghiệm của bất phương trình là $\frac{5}{3} \leq x \leq 3$	**0,25**
III **(1,0 điểm)**	$\int \frac{\cot x - \tan x - 2\tan 2x}{\sin 4x} dx = \int \frac{2\cot 2x - 2\tan 2x}{\sin 4x} dx$	**0,25**

<table>
<tr><td rowspan="3"></td><td colspan="2">$= \int \frac{2\cot 4x}{\sin 4x}\,dx$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="2">$= 2\int \frac{\cos 4x}{\sin^2 4x}\,dx$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="2">$= -\frac{1}{2\sin 4x} + C$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="6">IV
(1,0 điểm)</td><td colspan="3">Cho hình chóp S.ABC có tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60^0. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC. Tính thể tích khối chóp S.ABC.</td></tr>
<tr><td rowspan="5"></td><td>Chứng minh $HK \perp SC$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow$ tam giác AHK vuông tại H và $\widehat{AKH} = 60^0$
$\Rightarrow AH = AK.\sin 60^0$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow SA = \frac{AB.AC}{\sqrt{3AC^2 - 4AB^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$
$V = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$</td><td rowspan="2">0,25</td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">V
(1,0 điểm)</td><td colspan="2">Pt đã cho được viết lại về dạng: $m(x+4)\sqrt{x^2+2} = (x+4)^2 + 4(x^2+2)$ (1)
Do $x = -4$ không phải là nghiệm (1) dù m lấy bất cứ giá trị nào nên:
pt (1) $\Leftrightarrow m = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2}} + \frac{4\sqrt{x^2+2}}{x+4}$ (2)
Đặt $t = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2}}$, pt (2) trở thành: $m = t + \frac{4}{t}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="2">Xét hàm $f(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2}}$. TXĐ: $\mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{2-4x}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$
$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$
Bảng biến thiên:
$$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & \frac{1}{2} & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline & & & 3 & & \\ t = f(x) & & \nearrow & & \searrow & \\ & -1 & & & & 1 \end{array}$$
Từ bảng biến thiên ta suy ra điều kiện của t là: $-1 < t \le 3$ và pt $t = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2}}$ có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi: $1 < t < 3$ (3)</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	Lại xét hàm $g(t)=t+\dfrac{4}{t}$ với $-1<t\le 3$; $g'(t)=\dfrac{t^2-4}{t^2}$; $g'(t)=0\Rightarrow t=2$ $g(-1)=-5; g(1)=5; g(2)=4; g(3)=\dfrac{13}{3}$, $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccccccc} x & -1 & & 0 & & 1 & & 2 & & 3 \\ \hline g'(x) & & - & \| & & - & & 0 & & \\ \hline m=g(x) & -5 & \searrow & -\infty \| +\infty & \searrow & 5 & \searrow & 4 & \nearrow & \dfrac{13}{3} \end{array}$	**0,25**
	Từ (3) và bảng biến thiên ta suy ra điều kiện của *m* thỏa yêu cầu bài toán là: $4<m<\dfrac{13}{3}$	**0,25**
VI.a (2,0 điểm)	1. Cho tam giác *ABC* có đường phân giác trong góc *A*, đường trung tuyến kẻ từ *B* và đường cao kẻ từ *C* lần lượt là $x+y-3=0$, $x-y+1=0$, $2x+y+1=0$. Tính tọa độ các đỉnh của tam giác *ABC*.	
	Đặt $l_A: x+y-3=0$, $m_B: x-y+1=0$, $h_C: 2x+y+1=0$ - $A\in l_A\Rightarrow A(a;3-a)$; $B\in m_B\Rightarrow B(b;b+1)$; $C\in h_C\Rightarrow C(c;-1-2c)$ - $AB\perp h_C\Rightarrow 3a+b-4=0$ (1)	**0,25**
	Gọi *M* là trung điểm của $AC\Rightarrow M\left(\dfrac{a+c}{2};\dfrac{2-a-2c}{2}\right)$ $M\in m_B\Rightarrow 2a+3c=0$ (2)	**0,25**
	- Gọi *N* là trung điểm $BM\Rightarrow N\left(\dfrac{a+2b+c}{4};\dfrac{4-a+2b-2c}{4}\right)$ $l_A\perp m_B\Rightarrow N\in l_A\Rightarrow 4b-c-8=0$ (3)	**0,25**
	Giải hệ ba phương trình (1), (2) và (3) ta được $A\left(\dfrac{12}{17};\dfrac{39}{17}\right), B\left(\dfrac{32}{17};\dfrac{49}{17}\right), C\left(-\dfrac{8}{17};-\dfrac{1}{17}\right)$	**0,25**
	2. Trong không gian tọa độ *Oxyz*, cho hai mặt phẳng (*P*): $x+z-3=0$, (*Q*): $y+z+5=0$ và điểm $A(1;-1;-1)$. Tìm tọa độ các điểm *M* trên (*P*), *N* trên (*Q*) sao cho *MN* vuông góc với giao tuyến của (*P*), (*Q*) và nhận *A* là trung điểm.	
	$M\in(P)\Rightarrow M(x;y;3-x)$ *A* là trung điểm $MN\Rightarrow N(2-x;-2-y;-5+x)$ $N\in(Q)\Rightarrow x-y=2$ (1)	**0,25**
	$\overrightarrow{MN}=(2-2x;-2-2y;-8+2x)$ Vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (*P*) và (*Q*): $\vec{n}_1=(1;0;1), \vec{n}_2=(0;1;1)$ $\Rightarrow \vec{n}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]=(-1;-1;1)$	**0,25**
	MN vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng (*P*), (*Q*) $\Rightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{n}=0$ $\Rightarrow 2x+y=4$ (2)	**0,25**
	Giải hệ phương trình gồm (1) và (2) ta được $x=2, y=0$ $\Rightarrow M(2;0;1), N(0;-2;-3)$	**0,25**

VII.a (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases}4^{2x^2-2}-2^{2x^2+y-1}+4^y=4 \quad (1)\\ 2^{2y+2}+3.2^{2x^2+y}=112 \quad (2)\end{cases}$	
	Đặt $u=4^{x^2-1}$, $v=2^y$, ĐK: $u>0$, $v>0$. Khi đó hệ trở thành: $\begin{cases}(u-v)^2=4\\ 4v^2+12uv=112\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u-v=2\\ 4v^2+12uv=112\end{cases}$ (I) hoặc $\begin{cases}u-v=-2\\ 4v^2+12uv=112\end{cases}$ (II)	**0,25**
	Giải (I), (II) được: $(u;v)=\left\{(4;2),\left(\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)\right\}$	**0,25**
	• $(u;v)=(4;2)\Rightarrow (x;y)=\left(\pm\sqrt{2};1\right)$	**0,25**
	• $(u;v)=\left(\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)\Rightarrow (x;y)=\left(\pm\frac{1}{2}\sqrt{2\log_2 6};\ \log_2 7-1\right)$	**0,25**
VI.b (2,0 điểm)	1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại B, phương trình $AB:\sqrt{3}x-y-2\sqrt{3}=0$, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I(0;2)$, điểm B thuộc trục Ox. Tìm tọa độ điểm C.	
	- $B=AB\cap Ox\Rightarrow B(2;0)$; $A\in AB\Rightarrow A\left(a;a\sqrt{3}-2\sqrt{3}\right)$	**0,25**
	- $IA=IB\Rightarrow A\left(1+\sqrt{3};3-\sqrt{3}\right)$	**0,25**
	- AC qua A và vuông góc với $\overrightarrow{IB}=(2;-2)\Rightarrow AC$: $x-y+2-2\sqrt{3}=0$ $C\in AC\Rightarrow C(c;c+2-2\sqrt{3})$	**0,25**
	- $IB=IC\Rightarrow C\left(\sqrt{3}-1;1-\sqrt{3}\right)$	**0,25**
	2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(2;4;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+2=0$. Tìm tọa độ điểm M trên (α) sao cho biểu thức $T=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.	
	$M\in(\alpha)\Rightarrow M(-y-2z-2;\ y;\ z)$ Gọi G là điểm sao cho: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\Rightarrow G(1;1;1)\Rightarrow GA^2+GB^2+GC^2=const$	**0,25**
	$T=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=3MG^2+2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC})+GA^2+GB^2+GC^2$ $=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$ $\Rightarrow T$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của G trên mp(α)	**0,25**
	$\Leftrightarrow \overrightarrow{MG}=(y+z+3;\ 1-y;\ 1-z)$ cùng phương với vtpt của (α): $\vec{n}=(1;1;2)$ $\Leftrightarrow \dfrac{y+2z+3}{1}=\dfrac{1-y}{1}=\dfrac{1-z}{2}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \begin{cases}2y+2z=-2\\ 2y-z=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=0\\ z=-1\end{cases}$ Vậy: $M(0;0;-1)$ và $T_{\min}=40$	**0,25**
VII.b (1,0 điểm)	Giải phương trình: $\log_{\sqrt{x+3}}(4x^2+4x+1)+\log_{2x+1}(2x^2+7x+3)=5$ (1)	
	Đk: $\begin{cases}x>-\dfrac{1}{2}\\ x\neq 0\end{cases}$	**0,25**

	Phương trình đã cho tương đương với $4\log_{x+3}(2x+1)+\log_{2x+1}(x+3)=4$ (2)	
	Đặt $t=\log_{2x+1}(x+3)$, $t\neq 0$. Phương trình (2) trở thành: $t^2-4t+4=0 \Leftrightarrow t=2$	**0,25**
	$\Rightarrow \log_{2x+1}(x+3)=2 \Leftrightarrow x+3=(2x+1)^2 \Leftrightarrow 4x^2+3x-2=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{41}}{8}$ So với điều kiện, ta được nghiệm của phương trình (1) là $x=\dfrac{-3+\sqrt{41}}{8}$	**0,25**

---------------Hết---------------