

**KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**  
**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP Môn thi: TOÁN – Giáo dục trung học phổ thông**  
**Đề số 17** Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

-----

**I. PHẦN CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)**

**Câu I (3,0 điểm):** Cho hàm số:  $y = \frac{x^2(x - 3)}{2}$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành.
- 3) Tìm điều kiện của k để phương trình sau đây có nghiệm duy nhất:  
 $x^3 - 3x^2 - k = 0$ .

**Câu II (3,0 điểm):**

1) Giải phương trình:  $(\sqrt{2})^{2x^2 + 6x - 6} = 2.4^{x+1}$

2) Tính tích phân:  $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

- 3) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số:  $y = x^5 - x^4 - 3x^3 + 9$  trên đoạn  $[-2; 1]$

**Câu III (1,0 điểm):**

Cho khối chóp S.ABC có ABC và SBC là các tam giác đều có cạnh bằng 2,  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a.

**II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được chọn một trong hai phần dưới đây**

**1. Theo chương trình chuẩn**

**Câu IVa (2,0 điểm):** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh:

$$A(-1;1;2), B(0;1;1) \text{ và } C(1;0;4).$$

- 1) Chứng minh ABC là tam giác vuông. Xác định tọa độ điểm D để bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình chữ nhật.
- 2) Gọi M là điểm thỏa  $\vec{MB} = 2\vec{MC}$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng BC. Viết phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với mp(P).

[Điểm thi 24h:](#)

[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm,](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)



**Câu Va (1,0 điểm):** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau đây:

$$y = x(x - 1)^2, y = x^2 + x \text{ và } x = -1$$

**2. Theo chương trình nâng cao**

[Điểm thi 24h:](#)

[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm,](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT,](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)



**Câu IVb (2,0 điểm):** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;2;-3)$  và đường thẳng

$$d: \frac{x - 3}{2} = \frac{y + 1}{1} = \frac{z - 1}{2}$$

- 1) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên đường thẳng  $d$ . Viết phương trình mặt cầu tâm  $M$ , tiếp xúc với  $d$ .
- 2) Viết phương trình mp( $P$ ) đi qua điểm  $M$ , song song với  $d$  và cách  $d$  một khoảng bằng 4.

**Câu Vb (1,0 điểm):** Cho số phức  $z = 1 + \sqrt{3}i$ . Hãy viết dạng lượng giác của số phức  $z^5$ .

----- **Hết** -----

***Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Chữ ký của giám thị 1: ..... Chữ ký của giám thị 2: .....

[Điểm thi 24h:](#)

[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm,](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)

**BÀI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu I:**

❶ Hàm số:  $y = \frac{x^2(x - 3)}{2} = \frac{x^3 - 3x^2}{2}$

• Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

• Đạo hàm:  $y' = \frac{3x^2 - 6x}{2}$

• Cho  $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0; x = 2$

• Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

• Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	<b>0</b>	<b>2</b>	$+\infty$
$y'$	+	<b>0</b>	-	<b>0</b>
$y$	$-\infty$	<b>0</b>	-2	$+\infty$

• Hàm số ĐB trên các khoảng  $(-\infty; 0), (2; +\infty)$ , NB trên khoảng  $(0; 2)$

Hàm số đạt cực đại  $y_{CD} = 0$  tại  $x_{CN} = 0$

đạt cực tiểu  $y_{CT} = -2$  tại  $x_{CT} = 2$ .

•  $y' = 3x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1$ . Điểm uốn:  $I(1; -1)$

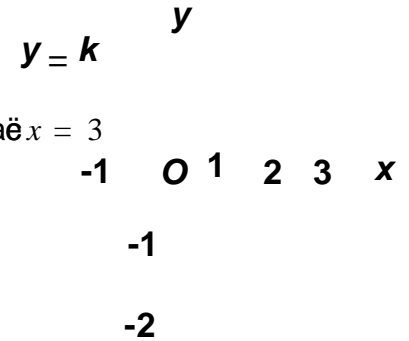
• Giao điểm với trục hoành:  $y = 0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$  hoặc  $x = 3$

Giao điểm với trục tung: cho  $x = 0 \Rightarrow y = 0$

• Bảng giá trị:

$x$	-1	0	1	2	3
$y$	-2	0	-1	-2	0

• Đồ thị hàm số: như hình vẽ bên đây



❷ • Giao điểm của  $(C)$  với trục hoành: cho  $y_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 3 \end{cases}$

• Với  $x_0 = 0, y_0 = 0 \Rightarrow f'(x_0) = 0$ . Pttt là:  $y - 0 = 0(x - 0) \Rightarrow y = 0$

• Với  $x_0 = 3, y_0 = 0 \Rightarrow f'(x_0) = \frac{9}{2}$ . Pttt là:  $y - 0 = \frac{9}{2}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{9}{2}x - \frac{27}{2}$

❸ •  $x^3 - 3x^2 - 2k = 0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 = 2k \Rightarrow \frac{x^3 - 3x^2}{2} = k$

• Số nghiệm của pt(\*) bằng số giao điểm của  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = k$

• Dựa vào đồ thị ta thấy, pt(\*) có đúng 1 nghiệm khi và chỉ khi:  $k > 0$  hoặc  $k < -2$

$2x^2 + 6x - 6$

**Câu II:**

Điểm thi 24h:

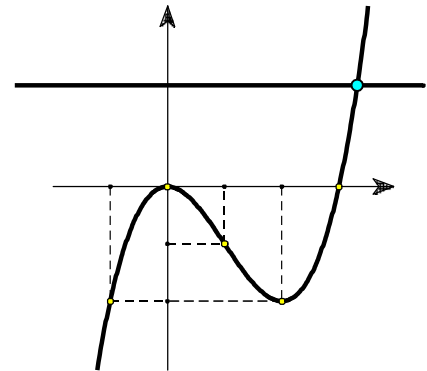
[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm,](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)

•  $(\sqrt{2}) \quad = 2 \cdot 4^{x+1} \hat{=} 2^2 \cdot 2^{(2x^2+6x-6)} = 2 \cdot 2^{2(x+1)} \hat{=} 2^{x^2+3x-3} = 2^{2x+3}$   
 $x^2 + 3x - 3 = 2x + 3 \hat{=} x^2 + x - 6 = 0 \hat{=} x = -3 \text{ hoặc } x = 2$   
• Vậy, phương trình có hai nghiệm:  $x = -3$  và  $x = 2$



[Điểm thi 24h:](#)

[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm,](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT,](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)

$$2 \quad I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2 \cdot x}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

• Đặt  $t = \sqrt{x^2+1}$   $\Rightarrow dt = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$  và  $x^2 = t^2 - 1$

• Đổi cận:  $\begin{array}{c|c|c} x & 0 & \sqrt{3} \\ \hline t & 1 & 2 \end{array}$

• Vậy,  $I = \int_1^2 (t^2 - 1) dt = \left[ \frac{t^3}{3} - t \right]_1^2 = \frac{8}{3} - 2 - \left( \frac{1}{3} - 1 \right) = \frac{4}{3}$

3. Hàm số  $y = x^5 - x^4 - 3x^3 + 9$  liên tục trên đoạn  $[-2; 1]$

•  $y' = 5x^4 - 4x^3 - 9x^2 = x^2(5x^2 - 4x - 9)$

•  $y' = 0 \Leftrightarrow x^2(5x^2 - 4x - 9) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = -1; x = \frac{9}{5}$  (chỉ loại nghiệm

$x = \frac{9}{5}$ )

•  $f(0) = 9$  ;  $f(-1) = 10$  ;  $f(-2) = -15$  và  $f(1) = 6$

• Trong các kết quả trên, số  $-15$  nhỏ nhất, số  $10$  lớn nhất.

• Vậy,  $\min y = -15$  khi  $x = -2$ ,  $\max y = 10$  khi  $x = -1$

### Câu III

• Gọi  $M$  là trung điểm đoạn  $BC$ ,  $O$  là trung điểm đoạn  $AM$ .

• Do  $\triangle ABC$  và  $\triangle SBC$  đều có cạnh bằng  $2a$  nên

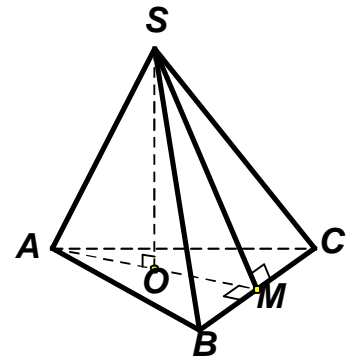
$$SM = AM = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = SA \Rightarrow \triangle SAM \text{ đều } SO \perp AM \quad (1)$$

• Ta có,  $\begin{cases} BC \perp SM \\ BC \perp OM \end{cases} \Rightarrow BC \perp SO \quad (2)$

• Từ (1) và (2) ta suy ra  $SO \perp (ABC)$  (do  $AM, BC \subset (ABC)$ )

• Thể tích khối chóp  $S.ABC$

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times AM \times BC \times SO = \frac{1}{6} \times a\sqrt{3} \times 2a \times \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2} \text{ (đvtt)}$$



### THEO CHƯƠNG TRÌNH CHUẨN

Câu IVa:  $A(-1; 1; 2)$ ,  $B(0; 1; 1)$  và  $C(1; 0; 4)$

1.   
uuu

[Điểm thi 24h:](#)

[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm,](#)

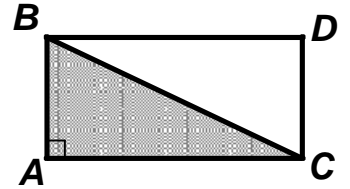
[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)

$$\vec{AB} = (1; 0; -1) \quad \vec{AC} = (2; -1; 2)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \cdot 2 + 0 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2 = 0 \Rightarrow AB \perp AC \Rightarrow \triangle ABC$$

vuông tại A.

- Gọi  $D(x_D; y_D; z_D)$   $\vec{CD} = (x_D - 1; y_D; z_D - 4)$
- Do  $AB \perp AC$  nên  $A, B, C, D$  là bốn đỉnh của hình chữ nhật



[Điểm thi 24h:](#)

[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm,](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT,](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)



khi và chỉ khi tứ giác  $ABDC$  là hình chữ nhật

$$\vec{AB} = \vec{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = x_D - 1 & x_D = 2 \\ 0 = y_D & y_D = 0 \end{cases} \text{ Vậy, } D(2;0;3)$$

$$\begin{cases} -1 = z_D - 4 & z_D = 3 \end{cases}$$

• Gọi  $M(a;b;c)$  thì  $\vec{MB} = (-a; 1-b; 1-c)$   
 $\vec{MC} = (1-a; -b; 4-c)$

• Vì  $MB = 2MC$  nên  $\begin{cases} -a = 2(1-a) & a = 2 \\ 1-b = 2(-b) & b = -1 \end{cases}$  Vậy,  $M(2; -1; 7)$   
 $\begin{cases} 1-c = 2(4-c) & c = 7 \end{cases}$

• mp(P) đi qua điểm  $M(2; -1; 7)$  và vuông góc với  $BC$  nên có vtcp  $\vec{n} = \vec{BC} = (1; -1; 3)$

• ptmp (P):  $1(x-2) - 1(y+1) + 3(z-7) = 0 \Leftrightarrow x - y + 3z - 24 = 0$

• Mặt cầu tâm  $A(-1; 1; 2)$ , tiếp xúc với mp(P) có bán kính

$$R = d(A, (P)) = \frac{|(-1) - 1 + 3 \cdot 2 - 24|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 3^2}} = \frac{20}{\sqrt{11}}$$

• Phương trình mặt cầu cần tìm:  $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \frac{400}{11}$

**Câu Va:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi:  $y = x(x-1)^2, y = x^2 + x$  và  $x = -1$

• Cho  $x(x-1)^2 = x^2 + x \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$

• Diện tích cần tìm là:

$$S = \int_{-1}^3 |x^3 - 3x^2| dx = \left| \int_{-1}^0 (x^3 - 3x^2) dx \right| + \left| \int_0^3 (x^3 - 3x^2) dx \right|$$

$$\hat{=} S = \left| \left[ \frac{x^4}{4} - x^3 \right]_{-1}^0 \right| + \left| \left[ \frac{x^4}{4} - x^3 \right]_0^3 \right| = \left| -\frac{5}{4} \right| + \left| -\frac{27}{4} \right| = \frac{32}{4} = 8 \text{ (đvdt)}$$

### THEO CHƯƠNG TRÌNH NÂNG CAO

**Câu IVb:**

• Gọi  $M\phi$  là hình chiếu của điểm  $M$  lên  $d$ , thế thì  $MM\phi \perp d$ , do đó tọa độ của điểm  $M\phi$  là:

$$M\phi(3+2t; -1+t; 1+2t) \text{ Đ } \vec{MM\phi} = (2+2t; -3+t; 4+2t)$$

Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(3; -1; 1)$ , có vtcp  $\vec{u}_d = (2; 1; 2)$

• Và ta còn có,  $MM\phi \perp \vec{u}_d$

[Điểm thi 24h:](#)

[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm,](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)





$d$  nên  $MM \cdot \vec{u}_d = 0$  (trong đó  $\vec{u}_d$  là vtcp của  $d$ )

$$\hat{U} (2 + 2t) \cdot 2 + (-3 + t) \cdot 1 + (4 + 2t) \cdot 2 = 0 \quad \hat{U} \quad 9t + 9 = 0 \quad \hat{U} \quad t = -1$$

• Vậy, tọa độ điểm  $M(1; -2; -1)$  và tọa độ vectơ  $MM \vec{u}_d = (0; -4; 2)$

[Điểm thi 24h:](#)

[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm,](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT,](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)

• Mặt cầu tâm  $M$ , tiếp xúc với  $d$  có bán kính  
 $R = MM\phi = \sqrt{0^2 + (-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$

• Vậy, pt mặt cầu:  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 20$

• mp(P) qua  $M$ , có vtpt  $\vec{n} = (a; b; c) \neq 0$  có pttq:  
 $a(x - 1) + b(y - 2) + c(z + 3) = 0$  (\*)

• Vì (P) || d nên  $\vec{n} \cdot \vec{u}_d = 0 \Rightarrow 2a + b + 2c = 0 \Rightarrow b = -2a - 2c$  (1)

• Và khoảng cách từ d đến (P) bằng 4 nên khoảng cách từ A đến (P) cũng bằng 4, do đó

$$d(A, (P)) = 4 \Rightarrow \frac{|2a - 3b + 4c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 4 \Rightarrow |2a - 3b + 4c| = 4\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad (2)$$

• Thay (1) vào (2) ta được:

$$|2a + 6a + 6c + 4c| = 4\sqrt{a^2 + (2a + 2c)^2 + c^2} \Rightarrow |4a + 5c| = 2\sqrt{5a^2 + 5c^2 + 8ac}$$

$$\Rightarrow 16a^2 + 25c^2 + 40ac = 20a^2 + 20c^2 + 32ac \Rightarrow 4a^2 - 8ac - 5c^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a = 5c \\ 2a = -c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -7c \\ b = -c \end{cases}$$

• Thay  $a, b, c$  (theo  $c$ ) vào (\*) ta được 2 mp:  
 $5x - 14y + 2z + 29 = 0$ ;  $x + 2y - 2z - 11 = 0$

**Câu Vb:** • Ta có,  $z = 1 + \sqrt{3}i = 2\zeta_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}i = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

• Do đó,  $z^5 = 2^5 \cdot \left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right) = 32 \cdot \left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

[Điểm thi 24h:](#)

[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT,](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm,](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT,](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)