

A.PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ HỌC SINH (7 điểm)

Câu 1. (3,5 điểm)

Cho hàm số : $y = -x^4 - x^2 + 2$ (C)

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến (d) của đồ thị (C) biết hệ số góc của (d) bằng -6 .
- Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), tiếp tuyến (d) ở câu trên và trục Oy .

Câu 2. (1,5 điểm)

Tính các tích phân :

a) $I = \int_0^1 \frac{x}{e^{2x}} dx$ b) $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$

Câu 3. (2 điểm)

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh bên bằng 2a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° .

- Tính theo a thể tích hình chóp S.ABCD.
- Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

B.PHẦN RIÊNG : (3 điểm)

Học sinh học chương trình nào thì chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó. (phần I hoặc phần II)

I) Theo chương trình chuẩn.

- Giải phương trình : $3^{2x+5} - 4.3^{x+2} + 1 = 0$
- Giải phương trình sau trong tập số phức : $z^4 + 6z^2 + 5 = 0$
- Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A(2 ; 0 ; 3) trên đường thẳng (d): $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$

II) Theo chương trình nâng cao.

- Giải phương trình :
 $\lg(\sqrt{5x-4}) + \lg(\sqrt{x+1}) = 1 - \lg 5$ (ký hiệu lg chỉ lôgarit thập phân).
- Giải phương trình sau trong tập số phức : $z^2 - (5+i)z + 8+i = 0$
- Trong không gian Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng (d')

là hình chiếu vuông góc của đường thẳng (d) : $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3t \end{cases}$
trên mặt phẳng (P) : $x - y + z + 1 = 0$.

HẾT

Đáp án :

A. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ HỌC SINH (7 điểm)

Câu 1. (3,5 điểm)

Cho hàm số : $y = -x^4 - x^2 + 2$ (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

Tập xác định : \mathbb{R}

0,25 đ

Sự biến thiên.

. chiều biến thiên : $y' = -4x^3 - 2x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow -2x(2x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

0,5 đ

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Điểm cực đại : $x = 0; y = 2$

0,5 đ

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$	
y'		+	0	-
y			2	

0,25 đ

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; 2)$, cắt trục Ox tại 2 điểm

$(-1; 0)$ và $(1; 0)$ và nhận trục Oy là trục đối xứng.

Vẽ đồ thị .

0,5 đ

b)Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tiếp điểm .

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại tiếp điểm $(x_0; y_0)$:

$$y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0)$$

0,25 đ

Trong đó $y'(x_0)$ là hệ số góc của tiếp tuyến :

$$y'(x_0) = -6 \Leftrightarrow -4x_0^3 - 2x_0 = -6 \Leftrightarrow x_0 = 1$$

0,25 đ

Với $x_0 = 1$ thì $y_0 = 0$

Ta có phương trình tiếp tuyến (d) cần tìm là :

$$y - 0 = -6(x - 1) \Leftrightarrow y = -6x + 6$$

0,25 đ

c)Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), tiếp tuyến(d) và trục Oy :

Dựa vào đồ thị ta có $y_{(d)} \geq y_{(C)}$ với $x \in [0; 1]$ nên diện tích hình phẳng cần tìm :

$$S = \int_0^1 [(-6x + 6) - (-x^4 - x^2 + 2)] dx = \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 4x \right) \Big|_0^1 = \frac{23}{15} (\text{đvdt})$$

0,25 đ+0,25 đ+0,25 đ

Câu 2. (1,5 điểm)

Tính các tích phân :

$$a) I = \int_0^1 \frac{x}{e^{2x}} dx = \int_0^1 x \cdot e^{-2x} dx$$

Đặt $u = x$ thì $u' = 1$

Đặt $v' = e^{-2x}$ thì $v = \frac{-1}{2} e^{-2x}$

0,5 đ

$$\text{Ta có } I = \left(\frac{-1}{2} x \cdot e^{-2x} \right) \Big|_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 e^{-2x} dx$$

$$= \left(\frac{-1}{2} x \cdot e^{-2x} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{-1}{4} e^{-2x} \right) \Big|_0^1 = \frac{-3}{4e^2} + \frac{1}{4}$$

0,5 đ

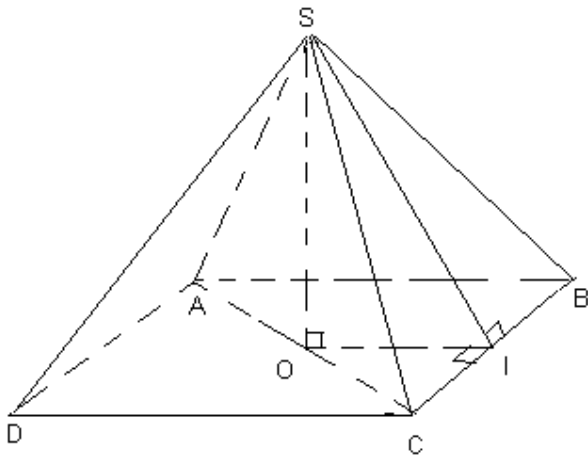
$$b) J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^2 x + 1 - 1) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx$$

0,25 đ

$$= (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

0,25 đ

Câu 3. (2 điểm)



a) Gọi O là tâm của hình vuông ABCD và I là trung điểm của BC.

Cạnh bên SC có hình chiếu lên mặt đáy ABCD là OC nên góc của SC hợp với mặt đáy là góc $SCO = 60^\circ$.

0,25 đ

Ta có tam giác SAC là tam giác đều cho ta $AC = SC = 2a$

$$\text{và } SO = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

0,25 đ

$$\text{Suy ra } AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$$

0,25 đ

$$\text{Vậy diện tích hình vuông } ABCD = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$$

$$\text{Thể tích hình chóp } S.ABCD = \frac{1}{3} dt(ABCD) \cdot SO = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3} (\text{đvtt})$$

0,25 đ

b) Xét hình chóp SABC.

Ta có : $V_{SBAC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ **0,25 đ**

Gọi AK là khoảng cách từ A đến mp(SBC). Ta có :

$$V_{SBAC} = \frac{1}{3} dt(SBC).AK \Rightarrow AK = \frac{3V_{SBAC}}{dt(SBC)}$$

0,25 đ

Ta có : $SI^2 = SO^2 + OI^2 = 3a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{7a^2}{2} \Rightarrow SI = \frac{a\sqrt{14}}{2}$