Giới thiệu đến các trường một số đề ôn thi tốt nghiệp môn Toán của thầy giáo Đỗ Minh Quang, do Tổ Toán THPT Quốc Học sưu tầm và giới thiệu. Đề nghị các trường tham khảo, thẩm định và cho ý kiến.

ĐỀ 1

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{1-x}$ có đồ thị (C)

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) .
b. Chứng minh rằng đường thẳng (d) : $y = mx - 4 - 2m$ luôn đi qua một điểm cố định của đường cong (C) khi m thay đổi . .

Câu II (3,0 điểm)

a. Giải phương trình $\log_2(2^x - 1).\log_2(2^{x+1} - 2) = 12$

b. Tính tìch phân : $I = \displaystyle\int_{-\pi/2}^{0} \frac{\sin 2x}{(2+\sin x)^2}dx$

c. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị $(C): y = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$, biết rằng tiếp tuyến này song song với đường thẳng (d) : $5x - 4y + 4 = 0$.

Câu III (1,0 điểm)

Cho hình chóp S,ABC . Gọi M là một điểm thuộc cạnh SA sao cho MS = 2 MA . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp M.SBC và M.ABC .

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó

1. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho tam giác ABC có các đỉnh A,B,C lần lượt nằm trên các trục Ox,Oy,Oz và có trọng tâm G(1;2;-1) Hãy tính diện tích tam giác ABC .

Câu V.a (1,0 điểm) :

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường (C) : y = x^2, (d) : y = $6 - x$ và trục hoành . Tính diện tích của hình phẳng (H) .

2. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' . Biết A'(0;0;0) , B'(a;0;0),D'(0;a;0) , A(0;0;a) với a>0 . Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và B'C' .

a. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và song song với hai đường thẳng AN và BD' ..
b. Tính góc và khoảng cách giữa hai đường thẳng AN và BD' .

Câu V.b (1,0 điểm) :

Tìm các hệ số a,b sao cho parabol (P) : $y = 2x^2 + ax + b$ tiếp xúc với hypebol (H) : $y = \dfrac{1}{x}$ Tại điểm M(1;1)

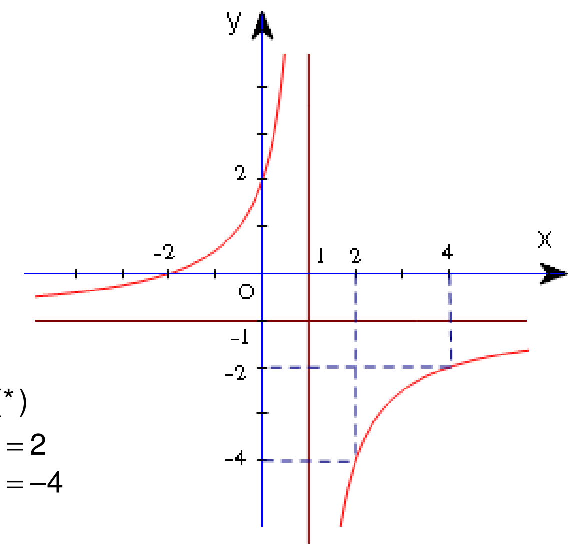
HƯỚNG DẪN

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

a) 2đ

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	-1 ↗	$+\infty$	||	$-\infty$ ↗	-1



b) 1đ

Ta có : $y = mx - 4 - 2m \Leftrightarrow m(x-2) - 4 - y = 0$ (*)

Hệ thức (*) đúng với mọi m $\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ -4-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$

Đường thẳng $y = mx - 4 - 2m$ luôn đi qua điểm cố định A(2; -4) thuộc (C)

(Vì tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình $y = \dfrac{x+2}{1-x}$)

Câu II (3,0 điểm)

a) 1đ Điều kiện : $x > 1$.

pt $\Leftrightarrow \log_2(2^x-1).[1+\log_2(2^x-1)] - 12 = 0$ (1)

Đặt : $t = \log_2(2^x-1)$ thì (1) $\Leftrightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = 3 \vee t = -4$

◆ $t = 3 \Leftrightarrow \log_2(2^x-1) = 3 \Leftrightarrow 2^x = 9 \Leftrightarrow x = \log_2 9$

◆ $t = -4 \Leftrightarrow \log_2(2^x-1) = -4 \Leftrightarrow 2^x = \dfrac{17}{16} \Leftrightarrow x = \log_2\dfrac{17}{16}$

b) 1đ Đặt $t = 2 + \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$

◆ $x = 0 \Rightarrow t = 2$, $x = -\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$

◆ $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{2(t-2)}{t^2}dt = 2\int_1^2 \frac{1}{t}dt - 4\int_1^2 \frac{1}{t^2}dt = 2\ln|t|\Big|_1^2 + 4\frac{1}{t}\Big|_1^2 = \ln 4 - 2 = \ln\frac{4}{e^2}$

c) 1đ Đường thẳng (d) $5x - 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{5}{4}x + 1$

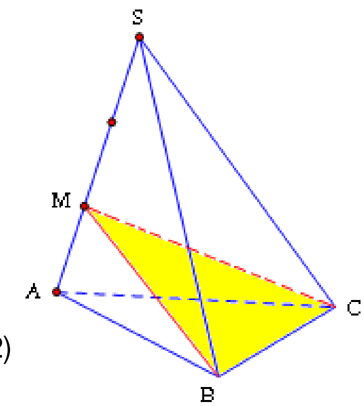
Gọi Δ là tiếp tuyến cần tìm , vì Δ song song với (d) nên tiếp tuyến có hệ số góc $k = \dfrac{5}{4}$

Do đó : $(\Delta): y = \dfrac{5}{4}x + b$

Δ là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow$ hệ sau có nghiệm $x \neq 2$: $\begin{cases} \dfrac{x^2-3x+1}{x-2} = \dfrac{5}{4}x + b & (1) \\ \dfrac{x^2-4x+5}{(x-2)^2} = \dfrac{5}{4} & (2) \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$

- $x = 0 \xrightarrow{(1)} b = -\frac{1}{2} \Rightarrow tt(\Delta_1): y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$
- $x = 4 \xrightarrow{(1)} b = -\frac{5}{2} \Rightarrow tt(\Delta_2): y = \frac{5}{4}x - \frac{5}{2}$



Câu III (1,0 điểm)

Ta có : $\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.MBC} = \frac{2}{3}.V_{S.ABC}$ (1)

$V_{M.ABC} = V_{S.ABC} - V_{S.MBC} = V_{S.ABC} - \frac{2}{3}.V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.V_{S.ABC}$ (2)

Từ (1) , (2) suy ra : $\frac{V_{M.SBC}}{V_{M.ABC}} = \frac{V_{S.MBC}}{V_{M.ABC}} = 2$

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Vì các đỉnh A,B,C lần lượt nằm trên các trục Ox,Oy,Oz nên ta gọi A(x;0;0) , B(0;y;0), C(0;0;z) . Theo đề :

G(1;2;-1) là trọng tâm tam giác ABC $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = 1 \\ \frac{y}{3} = 2 \\ \frac{z}{3} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \\ z = -3 \end{cases}$ 0,5đ

Vậy tọa độ của các đỉnh là A(3;0;0) , B(0;6;0), C(0;0;-3) 0,25đ

Mặt khác : $V_{OABC} = \frac{1}{3}.d(O,(ABC).S_{ABC} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{3.V_{OABC}}{d(O,(ABC)}$ 0,25đ

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{-3} = 1$ 0,25đ

nên $d(O,(ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{36} + \frac{1}{9}}} = 2$ 0,25đ

Mặt khác :

$V_{OABC} = \frac{1}{6}.OA.OB.OC = \frac{1}{6}.3.6.3 = 9$ 0,25đ

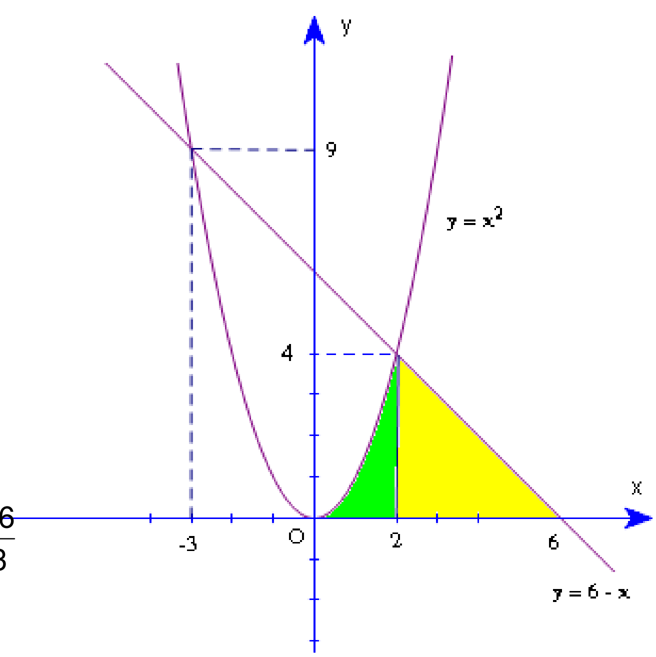
Vậy : $S_{ABC} = \frac{27}{2}$ 0,25đ

Câu V.a (1,0 điểm) :

Phương trình hònh độ giao điểm của (C) và (d) :

$x^2 = 6 - x \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$

$S = \int_0^2 x^2 dx + \int_2^6 (6 - x)dx = \frac{1}{3}[x^3]_0^2 + [6x - \frac{x^2}{2}]_2^6 = \frac{26}{3}$



2. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

a) 1đ Từ giả thiết ta tính được : B(a;0;a),

D(0;a;0) , A(0;0;a) , M($\frac{a}{2}$;0;a) , N(a;$\frac{a}{2}$;0) .

$\overrightarrow{AN} = (a;\frac{a}{2};-a) = \frac{a}{2}(2;1;-2)$

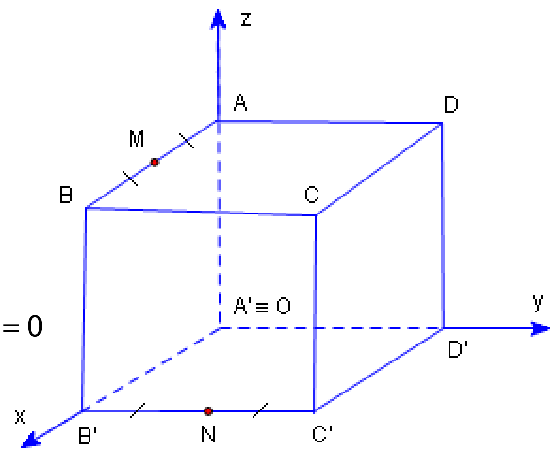
$\overrightarrow{BD'} = (-a;a;-a) = -a(1;-1;1)$

Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với AN và BD' nên có VTPT là

$\vec{n} = [\overrightarrow{AN},\overrightarrow{BD'}] = -\frac{a^2}{2}(1;4;3)$

Suy ra :

$:(P): 1(x-\frac{a}{2}) + 4(y-0) + 3(z-a) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 3z - \frac{7a}{2} = 0$



b) 1đ Gọi φ là góc giữa $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{BD'}$. Ta có :

$$\cos\varphi = \frac{|\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{BD'}|}{|\overrightarrow{AN}|.|\overrightarrow{BD'}|} = \frac{\left|-a^2 + \frac{a^2}{2} + a^2\right|}{\frac{3a}{2}.a\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \varphi = \arccos\frac{\sqrt{3}}{9}$$

$$[\overrightarrow{AN},\overrightarrow{BD'}] = \frac{a^2}{2}(1;4;3), \overrightarrow{AB} = (a;0;0) = a(1;0;0)$$

Do đó : $d(AN,BD') = \dfrac{|[\overrightarrow{AN},\overrightarrow{BD'}].\overrightarrow{AB}|}{|[\overrightarrow{AN},\overrightarrow{BD'}]|} = \dfrac{\frac{a^3}{2}}{\frac{a^2.\sqrt{26}}{2}} = \dfrac{a}{\sqrt{26}}$

Câu V.b (1,0 điểm) :

Tiếp điểm M có hoành độ chính là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x^2 + ax + b = \frac{1}{x} \\ (2x^2 + ax + b)' = (\frac{1}{x})' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + ax + b = \frac{1}{x} \\ 4x + a = -\frac{1}{x^2} \end{cases} \text{(I)}$$

Thay hoành độ của điểm M vào hệ phương trình (I) , ta được :

$$\begin{cases} 2+a+b=1 \\ 4+a=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-1 \\ a=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-5 \\ b=4 \end{cases}$$

Vậy giá trị cần tìm là $a=-5, b=4$

****

ĐỀ SỐ 2

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số : $y = -x^3 + 3mx - m$ có đồ thị là (C_m) .

1.Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

2.Khảo sát hàm số (C_1) ứng với $m = -1$.

3.Viết phương trình tiếp tuyến với (C_1) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng có pt $y = \frac{x}{6} + 2$.

Câu II (3,0 điểm)

1.Giải bất phương trình: $\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x - 6 \le 0$

2.Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos x} dx$

3.Cho hàm số y= $\frac{1}{3}x^3 - x^2$ có đồ thị là (C) .Tính thể tích vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi (C) và các đường thẳng y =0,x = 0,x = 3 quay quanh 0x.

Câu III (1,0 điểm)

3.Cho hình vuông ABCD cạnh a.SA vuông góc với mặt phẳng ABCD,SA= 2a.

a.Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD

b.Vẽ AH vuông góc SC.Chứng minh năm điểm H,A,B,C,D nằm trên một mặt cầu.

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó

1.Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Cho D(-3;1;2) và mặt phẳng (α) qua ba điểm A(1;0;11),B(0;1;10),C(1;1;8).

1.Viết phương trình tham số của đường thẳng AC

2.Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α)

3.Viết phương trình mặt cầu tâm D bán kính R= 5.Chứng minh mặt cầu này cắt (α)

Câu V.a (1,0 điểm) :

Xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức Z trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn điều kiện : $\left|Z + \overline{Z} + 3\right| = 4$

2.Theo chương trình nâng cao

Câu IVb/.

Cho A(1,1,1) ,B(1,2,1);C(1,1,2);D(2,2,1)

a.Tính thể tích tứ diện ABCD

b.Viết phương trình đường thẳng vuông góc chung của AB và CB

c.Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện ABCD.

Câu Vb/.

a/.Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 2 \\ \log_2(2x+y) - \log_3(2x-y) = 1 \end{cases}$

b/.Miền (B) giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ và hai trục tọa độ.

1)).Tính diện tích của miền (B).

2)). Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (B) quanh trục Ox, trục Oy.

****

ĐỀ SỐ 3

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$. m là tham số

1.Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu

2.Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m = 3.

Câu II (3,0 điểm)

1.Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = e^x$,y = 2 và đường thẳng x = 1.

2.Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{4 - \cos^2 x} dx$

3.Giải bất phương trình $\log(x^2 - x - 2) < 2\log(3-x)$

Câu III (1,0 điểm)

Bài 4.Cho hình nón có bán kính đáy là R,đỉnh S .Góc tạo bởi đường cao và đường sinh là 60^0.

1.Hãy tính diện tích thiết diện cắt hình nón theo hai đường sinh vuông góc nhau.

2.Tính diện tích xung quanh của mặt nón và thể tích của khối nón.

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó

1.Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm :

A(1;0;-1); B(1;2;1); C(0;2;0). Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC

1.Viết phương trình đường thẳng OG

2.Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm O,A,B,C.

3.Viết phương trình các mặt phẳng vuông góc với đường thẳng OG và tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu V.a (1,0 điểm)

Tìm hai số phức biết tổng của chúng bằng 2 và tích của chúng bằng 3

2.Theo chương trình nâng cao

Câu IVb/.

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho bốn điểm A, B, C, D

với A(1;2;2), B(-1;2;-1), $\overrightarrow{OC} = \vec{i} + 6\vec{j} - \vec{k}$; $\overrightarrow{OD} = -\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}$.

1.Chứng minh rằng ABCD là hình tứ diện và có các cặp cạnh đối bằng nhau.

2.Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.

3.Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp hình tứ diện ABCD.

Câu Vb/. Cho hàm số: $y = x + \frac{4}{1+x}$ (C)

1.Khảo sát hàm số

2.Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{3}x + 2008$

****

ĐỀ SỐ 4

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, gọi đồ thị hàm số là (C)

1.Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

2.Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$.

Câu II (3,0 điểm)

1.Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

a. $f(x) = -x + 1 - \dfrac{4}{x+2}$ trên $[-1;2]$ b. $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ trên $\left[0;\dfrac{3\pi}{2}\right]$

2.Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin x)\cos x dx$

3.Giải phương trình : $3^{4x+8} - 4.3^{2x+5} + 27 = 0$

Câu III (1,0 điểm)

Một hình trụ có diện tích xung quanh là S,diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính bằng a.Hãy tính

a)Thể tích của khối trụ

b)Diện tích thiết diện qua trục hình trụ

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó .

1.Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu

(S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z - 3 = 0$ và hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ x - 2z = 0 \end{cases}$ và $(\Delta_2): \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-1}$

1.Chứng minh (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau

2.Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) biết tiếp diện đó song song với hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2)

Câu V.a (1,0 điểm).Tìm thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường y= $2x^2$ và y = x^3 xung quanh trục Ox

2.Theo chương trình nâng cao

Câu IVb/.

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (P) (P): $x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng (d) có phương trình là giao tuyến của hai mặt phẳng: $x + z - 3 = 0$ và 2y-3z=0

1.Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa M (1;0;-2) và qua (d).

2.Viết phương trình chính tắc đường thẳng (d') là hình chiếu vuông góc của (d) lên mặt phẳng (P).

Câu Vb/.

Tìm phần thực và phần ảo của số phức sau:$(2+i)^3$- $(3-i)^3$.

ĐỀ 5

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) đi qua điểm M(1;8) . .

Câu II (3,0 điểm)

a) Giải bất phương trình $3^{\log_{\sin 2} \frac{x-2}{x+4}} > 1$

b) Tính tích phân : I = $\int_0^1 (3^x + \cos 2x)dx$

c) Giải phương trình $x^2 - 4x + 7 = 0$ trên tập số phức .

Câu III (1,0 điểm)

Một hình trụ có bán kính đáy R = 2 , chiều cao h = $\sqrt{2}$. Một hình vuông có các đỉnh nằm trên hai đường tròn đáy sao cho có ít nhất một cạnh không song song và không vuông góc với trục của hình trụ . Tính cạnh của hình vuông đó .

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó .

1. **Theo chương trình chuẩn :**

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho điểm M(1;0;5) và hai mặt phẳng (P) : $2x - y + 3z + 1 = 0$ và (Q) : $x + y - z + 5 = 0$.

a. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Q) .

b. Viết phương trình mặt phẳng (R) đi qua giao tuyến (d) của (P) và (Q) đồng thời vuông góc với mặt phẳng (T) : $3x - y + 1 = 0$.

Câu V.a (1,0 điểm) :

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường y = $-x^2 + 2x$ và trục hoành . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành .

2. **Theo chương trình nâng cao :**

Câu IV.b (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho đường thẳng (d) : $\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng (P) : $x + 2y - z + 5 = 0$.

a. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) .

b. Tính góc giữa đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) .

c. Viết phương trình đường thẳng (Δ) là hình chiếu của đường thẳng (d) lên mặt phẳng (P).

Câu V.b (1,0 điểm) :

Giải hệ phương trình sau : $\begin{cases} 4^{-y}.\log_2 x = 4 \\ \log_2 x + 2^{-2y} = 4 \end{cases}$

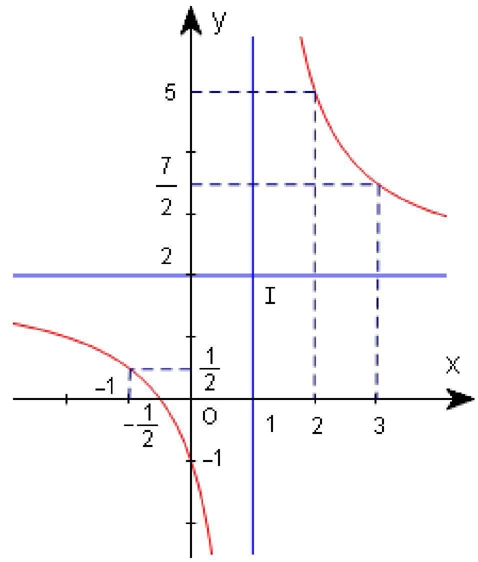
HƯỚNG DẪN

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

a. (2d)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	$\searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow$	2



b. (1đ) Gọi (Δ) là tiếp tuyến đi qua M(1;8) có hệ số góc k .

Khi đó : (Δ) $y-8=k(x-1) \Leftrightarrow y=k(x-1)+8$

Phương trình hoành độ điểm chung của (C) và (Δ) :

$$\frac{2x+1}{x-1}=k(x-1)+8 \Leftrightarrow kx^2+2(3-k)x-9+k=0 \quad (1)$$

(Δ) là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta' = (3-k)^2 - k(k-9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k=-3$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=-3x+11$

Câu II (3,0 điểm)

a. (1đ) pt $\Leftrightarrow \log_{\sin 2}\frac{x-2}{x+4} > 0 \Leftrightarrow 0<\frac{x-2}{x+4}<1$ (vì $0<\sin 2<1$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0<\dfrac{x-2}{x+4} \\ \dfrac{x-2}{x+4}<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<\dfrac{x-2}{x+4} \\ \dfrac{x-2}{x+4}-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<\dfrac{x-2}{x+4} \\ \dfrac{-6}{x+4}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2>0 \\ x+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x>-4 \end{cases} \Leftrightarrow x>2$$

b. (1đ) $I=\int_0^1 (3^x+\cos 2x)dx = [\frac{3^x}{\ln 3}+\frac{1}{2}\sin 2x]_0^1 = [\frac{3}{\ln 3}+\frac{1}{2}\sin 2]-[\frac{1}{\ln 3}+\frac{1}{2}\sin 0] = \frac{2}{\ln 3}+\frac{1}{2}\sin 2$

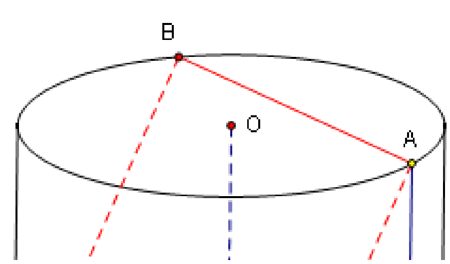
c. (1đ) $\Delta' = -3 = 3i^2$ nên $\sqrt{\Delta'} = i\sqrt{3}$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = 2-i\sqrt{3}$, $x_2 = 2+i\sqrt{3}$

Câu III (1,0 điểm)

Xét hình vuông có cạnh AD không song song và vuông góc với trục OO' của hình trụ . Vẽ đường sinh AA'

Ta có : $CD \perp (AA'D) \Rightarrow CD \perp A'D$ nên A'C là đường kính của đường tròn đáy .



Giác

Do đó : A'C = 4 . Tam giác vuông AA'C cho :

$AC = \sqrt{AA'^2 + A'C^2} = \sqrt{16+2} = 3\sqrt{2}$

Vì AC = AB$\sqrt{2}$. S uy ra : AB = 3 .

Vậy cạnh hình vuông bằng 3 .

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

1, Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

a. (0,5đ) d(M;(Q)) = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b. (1,5đ) Vì $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{1} \neq \frac{3}{-1} \Rightarrow (d) = (P) \cap (Q) : \begin{cases} 2x - y + 3z + 1 = 0 \\ x + y - z + 5 = 0 \end{cases}$

Lấy hai điểm A(−2;−3;0), B(0;−8;−3) thuộc (d) .

\+ Mặt phẳng (T) có VTPT là $\vec{n}_T = (3;-1;0)$

\+ Mặt phẳng (R) có VTPT là $\vec{n}_R = [\vec{n}_T, \overrightarrow{AB}] = (3;9;-13)$

\+ (R) : $\begin{cases} + \text{ Qua } M(1;0;5) \\ + \text{ vtpt} : \vec{n}_R = (3;9;-13) \end{cases} \Rightarrow (R) : 3x + 9y - 13z + 33 = 0$

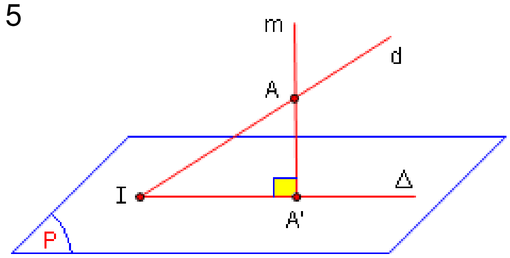
Câu V.a (1,0 điểm) :

\+ Phương trình hoành giao điểm : $-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$

\+ Thể tích : $V_{Ox} = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi [\frac{4}{3}x^2 - x^4 + \frac{1}{5}x^5]_0^2 = \frac{16\pi}{5}$

2. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :



a. (0,5đ) Giao điểm I(−1;0;4) .

b. (0,5đ) $\sin\varphi = \frac{|2+2-1|}{\sqrt{4+1+1}.\sqrt{1+4+1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$

c. (1,0đ) Lấy điểm A(−3; −1;3) ∈ (d). Viết pt đường thẳng (m) qua A và vuông góc với (P)

thì (m) : $x = -3 + t, y = -1 + 2t, z = 3 - t$. Suy ra : (m)$\cap (P) = A'(-\frac{5}{2}; 0; \frac{5}{2})$.

$(\Delta) \equiv (IA') : x = -1 + t, y = 0, z = 4 + t$, qua I(−1;0;4) và có vtcp là $\overrightarrow{IA'} = -\frac{3}{2}(1;0;1)$

Câu V.b (1,0 điểm) :

Đặt : $u = 2^{-2y} > 0, v = \log_2 x$. Thì hpt $\Leftrightarrow \begin{cases} uv = 4 \\ u + v = 4 \end{cases} \Leftrightarrow u = v = 2 \Rightarrow x = 4; y = -\frac{1}{2}$

ĐỀ 6

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có đồ thị (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

b) Dùng đồ thị (C) , hãy biện luận theo m số nghiệm thực của phương trình $x^4 - 2x^2 - m = 0$ (*) .

Câu II (3,0 điểm)

a) Giải phương trình $3^{\log_{\cos\frac{\pi}{3}} x - 2\log_x \cos\frac{\pi}{3} + 1} = 2^{\log_{\sqrt{x}} \sqrt{x} - 1}$

b) Tính tích phân : $I = \int_0^1 x(x + e^x)dx$

c) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số y = $2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên $[-1;2]$.

Câu III (1,0 điểm)

Cho tứ diện SABC có ba cạnh SA,SB,SC vuông góc với nhau từng đôi một với SA = 1cm, SB = SC = 2cm .Xác định tân và tính bán kính của mặt cấu ngoại tiếp tứ diện , tính diện tích của mặt cầu và thể tích của khối cầu đó.

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó

1. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho 4 điểm A($-2;1;-1$) ,B($0;2;-1$) ,C(0;3;0), D(1;0;1) .

a. Viết phương trình đường thẳng BC .

b. Chứng minh rằng 4 điểm A,B,C,D không đồng phẳng .

c. Tính thể tích tứ diện ABCD .

Câu V.a (1,0 điểm) :

Tính giá trị của biểu thức $P = (1 - \sqrt{2}i)^2 + (1 + \sqrt{2}i)^2$.

2. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm):

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm M($1;-1;1$) , hai đường thẳng

$(\Delta_1): \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{4}$, $(\Delta_2): \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$ và mặt phẳng (P) : $y + 2z = 0$

a. Tìm điểm N là hình chiếu vuông góc của điểm M lên đường thẳng (Δ_2) .

b. Viết phương trình đường thẳng cắt cả hai đường thẳng (Δ_1) ,(Δ_2) và nằm trong mặt phẳng (P) .

Câu V.b (1,0 điểm) :

Tìm m để đồ thị của hàm số $(C_m): y = \frac{x^2 - x + m}{x - 1}$ với $m \neq 0$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tuếp tuyến với đồ thị tại hai điểm A,B vuông góc nhau .

. . . . .Hết . . . .

HƯỚNG DẪN

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

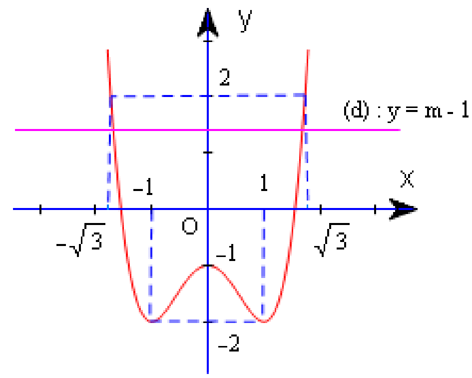
Câu I (3,0 điểm)

a) 2đ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

b) 1đ pt (1) $\Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 1 = m - 1$ (2)

Phương trình (2) chính là phương trình điểm chung của (C) và đường thẳng (d) : y = m – 1



Căn cứ vào đồ thị (C) , ta có :

§ m -1 < -2 ⇔ m < -1 : (1) vô nghiệm

§ m -1 = -2 ⇔ m = -1 : (1) có 2 nghiệm

§ -2 < m-1<-1 ⇔ -1 < m < 0 : (1) có 4 nghiệm

§ m-1 = - 1 ⇔ m = 0 : (1) có 3 nghiệm

§ m – 1 > -1 : (1) có 2 nghiệm

Câu II (3,0 điểm)

a) 1đ Điều kiện : $0 < x$, $x \neq 1$

$$\text{pt} \Leftrightarrow 3^{-\log_2 x + 2\log_x 2 + 1} = 1 \Leftrightarrow -\log_2 x + 2\log_x 2 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = 4 \end{array}\right.$$

b) 1đ

Ta có : $I = \int_0^1 x(x + e^x)dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 xe^x dx = I_1 + I_2$ với $I_1 = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$

$I_2 = \int_0^1 xe^x dx = 1$.Đặt : $u = x, dv = e^x dx$. Do đó : $I = \frac{4}{3}$

c) 1đ Ta có : TXĐ $D = [-1;2]$

$$y' = 6x^2 + 6x - 12 \text{ , } y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \text{ (l)} \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Vì $y(-1) = 15, y(1) = 5, y(2) = 6$

nên $\underset{[-1;2]}{\text{Min}}\, y = y(1) = 5$, $\underset{[-1;2]}{\text{Max}}\, y = y(-1) = 15$

Câu III (1,0 điểm)

Gọi I là trung điểm của AB . Từ I kẻ đường thẳng Δ vuông góc với mp(SAB) thì Δ là trục của ΔSAB vuông .

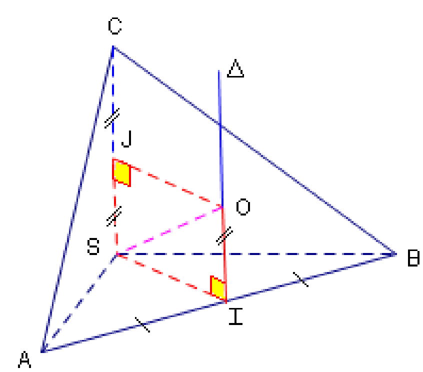
Trong mp(SCI) , gọi J là trung điểm SC , dựng đường trung trực của cạnh SC của ΔSCI cắt Δ tại O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABC .

Khi đó : Tứ giác SJOI là hình chữ nhật .

Ta tính được : SI = $\frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{5}}{2}$, OI = JS = 1 , bán kính R = OS = $\frac{3}{2}$

Diện tích : S = $4\pi R^2 = 9\pi\ (cm^2)$

Thể tích : V = $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{9}{2}\pi\ (cm^3)$



II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

. 1. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

a) 0,5đ (BC) : $\left\{\begin{array}{l} + \text{ Qua } C(0;3;0) \\ + \text{ VTCP } \overrightarrow{BC} = (0;1;1) \end{array}\right. \Rightarrow (BC): \left\{\begin{array}{l} x = 0 \\ y = 3 + t \\ z = t \end{array}\right.$

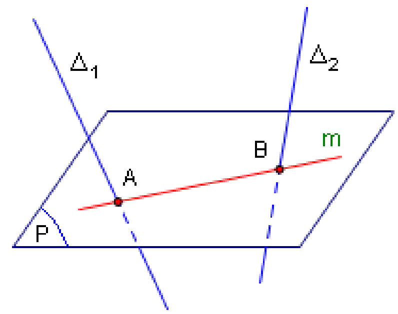
b) 1,0đ Ta có : $\overrightarrow{AB} = (2;1;0), \overrightarrow{AC} = (2;2;1), \overrightarrow{AD} = (3;-1;2)$

$[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(1;-2;2)$

$\Rightarrow[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}=9\neq 0\Rightarrow A,B,C,D$

không đồng phẳng

c) 0,5đ $V=\frac{1}{6}\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{3}{2}$



Câu V.a (1,0 điểm) :

P = -2

2. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

a) 1đ Gọi mặt phẳng

$$(P):\begin{cases}+\text{ Qua } M(1;-1;1)\\ +\ \perp(\Delta_2)\end{cases}$$

$$\Rightarrow (P):\begin{cases}+\text{ Qua } M(1;-1;1)\\ +\text{ VTPT } \vec{n}_P=\vec{a}_2=(-1;2;0)\end{cases}\Rightarrow (P): x-2y-3=0$$

Khi đó : $N=(\Delta_2)\cap(P)\Rightarrow N(\frac{19}{5};\frac{2}{5};1)$

b) 1đ Gọi $A=(\Delta_1)\cap(P)\Rightarrow A(1;0;0)$, $B=(\Delta_2)\cap(P)\Rightarrow B(5;-2;1)$

Vậy $(m)\equiv(AB):\frac{x-1}{4}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{1}$

Câu V.b (1,0 điểm) :

Pt hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành : $x^2-x+m=0\ (*)$ với $x\neq 1$

điều kiện $m<\frac{1}{4}$, $m\neq 0$

Từ (*) suy ra $m=x-x^2$. Hệ số góc $k=y'=\frac{x^2-2x+1-m}{(x-1)^2}=\frac{2x-1}{x-1}$

Gọi x_A, x_B là hoành độ của A,B thì phương trình (*) ta có : $x_A+x_B=1$, $x_A.x_B=m$

Hai tiếp tuyến vuông góc với nhau thì

$y'(x_A).y'(x_B)=-1\Leftrightarrow 5x_Ax_B-3(x_A+x_B)+2=0\Leftrightarrow 5m-1=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{5}$ thỏa mãn (*)

Vậy giá trị cần tìm là $m=\frac{1}{5}$

ĐỀ 7

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) đi qua điểm $M(\frac{14}{9};-1)$ . .

Câu II (3,0 điểm)

a) Cho hàm số $y=e^{-x^2+x}$. Giải phương trình $y''+y'+2y=0$

b) Tính tìch phân : $I = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(2+\sin x)^2} dx$

c) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^3 x + \cos^2 x - 4\sin x + 1$.

Câu III (1,0 điểm)

Một hình nón có đỉnh S , khoảng cách từ tâm O của đáy đến dây cung AB của đáy bằng a , $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Tính độ dài đường sinh theo a .

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó

1) Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho hai đường thẳng

$$(\Delta_1) : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-1}, \qquad (\Delta_2) : \begin{cases} x = -2t \\ y = -5+3t \\ z = 4 \end{cases}$$

a. Chứng minh rằng đường thẳng (Δ_1) và đường thẳng (Δ_2) chéo nhau .

b. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng (Δ_1) và song song với đường thẳng (Δ_2) .

Câu V.a (1,0 điểm) :

Giải phương trình $x^3 + 8 = 0$ trên tập số phức ..

2) Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm M(2;3;0) , mặt phẳng (P) : $x + y + 2z + 1 = 0$ và mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 8 = 0$.

a. Tìm điểm N là hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (P) .

b. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Câu V.b (1,0 điểm) :

Biểu diễn số phức $z = -1 + i$ dưới dạng lượng giác .

. . . . .Hết . . . .

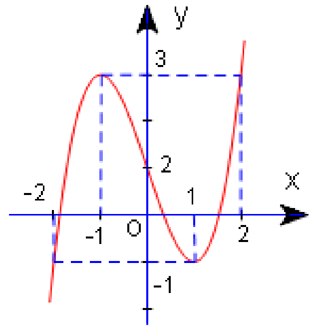
HƯỚNG DẪN

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

a) 2đ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$



b) 1đ Gọi (d) là tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc k $\Rightarrow (d): y+1 = k(x-\frac{14}{9}) \Rightarrow (d): y = k(x-\frac{14}{9})-1$

(d) tiếp xúc (C) $\Leftrightarrow$ Hệ sau có nghiệm $\begin{cases} x^3-3x+1 = k(x-\frac{14}{9})-1 & (1) \\ 3x^2-3 = k & (2) \end{cases}$

Thay (2) vào (1) ta được : $3x^3-7x^2+4=0 \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}, x=1, x=2$

- $x = \frac{-2}{3} \xrightarrow{(2)} k=-\frac{5}{3} \Rightarrow$ tt $(\Delta_1): y=-\frac{5}{3}x+\frac{43}{27}$
- $x = 1 \xrightarrow{(2)} k=0 \Rightarrow$ tt $(\Delta_2): y=-1$
- $x = 2 \xrightarrow{(2)} k=9 \Rightarrow$ tt $(\Delta_3): y=9x-15$

Câu II (3,0 điểm)

a) 1đ ▪ $y'=(-2x+1)e^{-x^2+x}$, $y''=(4x^2-4x-1)e^{-x^2+x}$

▪ $y''+y'+2y=(4x^2-6x+2)e^{-x^2+x}$; $y''+y'+2y=0 \Leftrightarrow 2x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}, x=1$

b) 1đ

Phân tích $\frac{\sin 2x dx}{(2+\sin x)^2} = \frac{2\sin x.\cos x dx}{(2+\sin x)^2} = \frac{2\sin x.d(2+\sin x)}{(2+\sin x)^2}$ Vì $d(2+\sin x)=\cos x dx$

nên $\frac{\sin 2x dx}{(2+\sin x)^2} = \frac{2\sin x.d(2+\sin x)}{(2+\sin x)^2} = 2.[\frac{2+\sin x}{(2+\sin x)^2} - \frac{2}{(2+\sin x)^2}]d(2+\sin x)$

$= 2.[\frac{1}{2+\sin x} - \frac{2}{(2+\sin x)^2}]d(2+\sin x)$

Do đó : $I = 2.[\ln|2+\sin x| + \frac{2}{2+\sin x}]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3} + 2\ln 3$

Cách khác : Dùng PP đổi biến số bằng cách đặt $t = 2+\sin x$

c) 1đ

Ta có : $y = 2\sin^3 x - \sin^2 x - 4\sin x + 2$

Đặt : $t = \sin x$, $t \in [-1;1] \Rightarrow y = 2t^3 - t^2 - 4t + 2$, $t \in [-1;1]$

$y' = 6t^2 - 2t - 4$, $y' = 0 \Leftrightarrow 6t^2 - 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \vee t = -\frac{2}{3}$

Vì $y(-1) = 3, y(1) = -1, y(-\frac{2}{3}) = \frac{98}{27}$. Vậy :

$+\ \max\limits_{\mathbb{R}} y = \max\limits_{[-1;1]} y = y(-\frac{2}{3}) = \frac{98}{27}$ khi $t = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow \sin x = -\frac{2}{3}$

$$\Leftrightarrow x = \arcsin(-\frac{2}{3}) + k2\pi \text{ hay } x = \pi - \arcsin(-\frac{2}{3}) + k2\pi ,k \in \mathbb{Z}$$

$+\ \min\limits_{\mathbb{R}} y = \min\limits_{[-1;1]} y = y(1) = -1$ khi $t = 1 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu III (1,0 điểm)

Gọi M là trung điểm AB . Kẻ OM $\perp$ AB thì OM = a

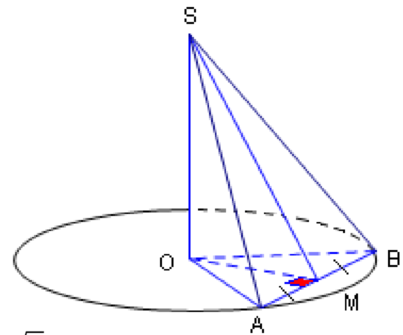
ΔSAB cân có $\widehat{SAB} = 60^\circ$ nên ΔSAB đều .

Do đó : $AM = \frac{AB}{2} = \frac{SA}{2}$

ΔSOA vuông tại O và $\widehat{SAO} = 30^\circ$ nên

$OA = SA.\cos 30^\circ = \frac{SA\sqrt{3}}{2}$

ΔOMA vuông tại M do đó :



$$OA^2 = OM^2 + MA^2 \Leftrightarrow \frac{3SA^2}{4} = a^2 + \frac{SA^2}{4} \Leftrightarrow SA^2 = 2a^2 \Leftrightarrow SA = a\sqrt{2}$$

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

a) 1đ $(\Delta_1): \begin{cases} + \text{ Qua } A(1;2;0) \\ + \text{ VTCP } \vec{a}_1 = (2;-2;-1) \end{cases}$, $(\Delta_2): \begin{cases} + \text{ Qua } B(0;-5;4) \\ + \text{ VTCP } \vec{a}_2 = (-2;3;0) \end{cases}$

$\overrightarrow{AB} = (-1;-7;4), [\vec{a}_1;\vec{a}_2].\overrightarrow{AB} = -9 \neq 0 \Rightarrow (\Delta_1),(\Delta_2)$ chéo nhau .

b) 1đ $(P): \begin{cases} + \text{ Qua } (\Delta_1) \\ + \ // \ (\Delta_2) \end{cases} \Rightarrow (P): \begin{cases} + \text{ Qua } A(1;2;0) \\ + \text{ VTPT } \vec{n} = [\vec{a}_1;\vec{a}_2] = (3;2;2) \end{cases} \Rightarrow (P): 3x + 2y + 2z - 7 = 0$

Câu V.a (1,0 điểm) :

Ta có : $x^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x^2 - 2x + 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x^2 - 2x + 4 = 0 \ \ (*) \end{array}\right.$

Phương trình $(*)$ có $\Delta = 1 - 4 = -3 = 3i^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = i\sqrt{3}$ nên (*) có 2 nghiệm :

$x = 1 - i\sqrt{3}$, $x = 1 + i\sqrt{3}$

Vậy phương trình có 3 nghiệm $x = -2$, $x = 1 - i\sqrt{3}$, $x = 1 + i\sqrt{3}$

2. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

a. 0,5đ Gọi $(d): \begin{cases} + \text{ Qua } M(2;3;0) \\ + \ \perp (P) \end{cases} \Rightarrow (d): \begin{cases} + \text{ Qua } M(2;3;0) \\ + \text{ VTCP } \vec{a} = \vec{n}_P = (1;1;2) \end{cases} \Rightarrow (d): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = \ \ 2t \end{cases}$

Khi đó : $N = d \cap (P) \Rightarrow N(1;2;-2)$

b. 1,5đ + Tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = \sqrt{6}$

+ (Q) // (P) nên (Q) : $x + y + 2z + m = 0 \ (m \neq 1)$

+ (S) tiếp xúc (Q) $\Leftrightarrow d(I;(Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|1-2+6+m|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |5+m| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \ (l) \\ m=-11 \end{array}\right.$

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình (Q) : $x+y+2z-11=0$

Câu V.b (1,0 điểm) :

$z=-1+i \Rightarrow |z| = \sqrt{2} = r$

$\cos\varphi = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4}$

Vậy : $z = \sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

****

ĐỀ 8

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x-2}$ có đồ thị (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) : y = mx + 1 cắt đồ thị của hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt .

Câu II (3,0 điểm)

a) Giải bất phương trình $e^{\ln(1+\sin\frac{\pi}{2})} - \log_2(x^2+3x) \geq 0$

b) Tính tìch phân : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+\sin\frac{x}{2})\cos\frac{x}{2}dx$

c) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{e^x}{e^x + e}$ trên đoạn $[\ln 2 ; \ln 4]$.

Câu III (1,0 điểm)

Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có tất cà các cạnh đều bằng a .Tính thể tích của hình lăng trụ và diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ theo a .

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó .

1) Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 2-2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$ và $(d_2): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$

.

a. Chứng minh rằng hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$ vuông góc nhau nhưng không cắt nhau .

b. Viết phương trình đường vuông góc chung của $(d_1),(d_2)$.

Câu V.a (1,0 điểm) :

Tìm môđun của số phức $z = 1+4i+(1-i)^3$.

2) Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho mặt phẳng (α) : $2x - y + 2z - 3 = 0$ và hai đường thẳng (d_1) : $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$, (d_2) : $\frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-7}{-2}$.

a. Chứng tỏ đường thẳng (d_1) song song mặt phẳng (α) và (d_2) cắt mặt phẳng (α) .

b. Tính khoảng cách giữa đường thẳng (d_1) và (d_2).

c. Viết phương trình đường thẳng (Δ) song song với mặt phẳng (α) , cắt đường thẳng (d_1) và (d_2) lần lượt tại M và N sao cho MN = 3 .

Câu V.b (1,0 điểm) :

Tìm nghiệm của phương trình $\overline{z} = z^2$, trong đó $\overline{z}$ là số phức liên hợp của số phức z .

. . . . .Hết . . . .

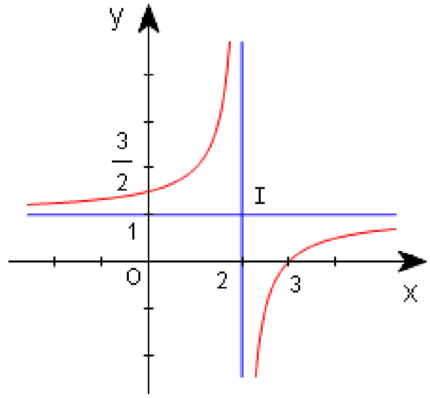
HƯỚNG DẪN

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

a) 2đ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+	||	+	
y	1 ↗	$+\infty$	||	$-\infty$ ↗	1



b) 1đ Phương trình hoành độ của (C) và đường thẳng $y = mx + 1$:

$$\frac{x-3}{x-2} = mx + 1 \Leftrightarrow g(x) = mx^2 - 2mx + 1 = 0 \ , \ x \neq 1 \qquad (1)$$

Để (C) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - m > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < 0 \vee m > 1 \\ m - 2m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 1 \end{array}\right.$

Câu II (3,0 điểm)

a) 1đ pt $\Leftrightarrow e^{\ln 2} - \log_2(x^2 + 3x) \geq 0 \Leftrightarrow 2 - \log_2(x^2 + 3x) \geq 0$ (1)

Điều kiện : $x > 0 \vee x < -3$

(1) $\Leftrightarrow \log_2(x^2 + 3x) \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x \leq 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 1$

So điều kiện , bất phương trình có nghiệm : $-4 \leq x < -3 \ ; 0 < x \leq 1$

b) 1đ $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{2}.\cos\frac{x}{2})dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sin x)dx = (2\sin\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} =$

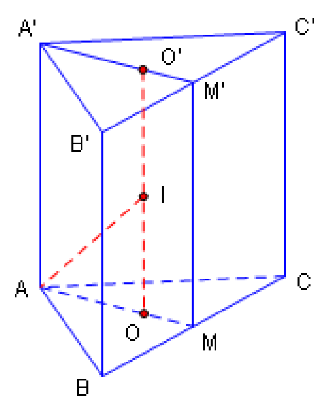
$$= 2.\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \sqrt{2}$$

c) 1đ Ta có : $y' = \frac{e^x}{(e^x + e)^2} > 0 \ , x \in [\ln 2 \ ; \ln 4]$

\+ $\min\limits_{[\ln 2\ ;\ \ln 4]} y = y(\ln 2) = \frac{2}{2+e}$ \+ $\max\limits_{[\ln 2\ ;\ \ln 4]} y = y(\ln 4) = \frac{4}{4+e}$

Câu III (1,0 điểm)

- $V_{lt} = AA'.S_{ABC} = a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$
- Gọi O , O' lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔABC , $\Delta A'B'C'$ thí tâm của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình lăng trụ đều ABC.A'B'C' là trung điểm I của OO' .



Bán kính $R = IA = \sqrt{AO^2 + OI^2} = \sqrt{(\frac{a\sqrt{3}}{3})^2 + (\frac{a}{2})^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$

Diện tích : $S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi(\frac{a\sqrt{21}}{6})^2 = \frac{7\pi a^2}{3}$

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó .

1. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

a) 1đ Thay x.y.z trong phương trình của (d_1) vào phương trình của (d_2) ta được :

$$\frac{-2t}{1} = \frac{3-1}{-1} = \frac{t}{2} \Leftrightarrow (t=-1)\wedge(t=-4)$$ vô nghiệm .

Vậy d_1 và d_2 không cắt nhau .

Ta có : d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (-2;0;1)$; d_1 có VTCP $\vec{u}_2 = (1;-1;2)$

Vì $\vec{u}_1.\vec{u}_2 = 0$ nên d_1 và d_2 vuông góc nhau .

b) 1đ Lấy $M(2-2t;3;t)\in(d_1)$, $N(2+m;1-m;2m)\in(d_2)$

Khi đó : $\overrightarrow{MN} = (m+2t;-2-m;2m-t)$

MN vuông với $(d_1),(d_2)$s $\Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{MN}.\vec{u}_1 = 0\\ \overrightarrow{MN}.\vec{u}_2 = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=0\\ m=-1/3\end{cases} \Rightarrow M(2;3;0), N(\frac{5}{3};\frac{4}{3};\frac{-2}{3})$

$\Rightarrow (MN): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{5} = \frac{z}{2}$ là phương trình đường thẳng cần tìm .

Câu V.a (1,0 điểm) :

Vì $(1-i)^3 = 1^3 - 3i + 3i^2 - i^3 = 1-3i-3+i = -2-2i$.

Suy ra : $z = -1+2i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2+2^2} = \sqrt{5}$

2. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

a) 0,75đ

$(d_1): \begin{cases}\text{▪ qua } A(4;1;0)\\ \text{▪ VTCP } \vec{u}_1 = (2;2;-1)\end{cases}$, $(d_2): \begin{cases}\text{▪ qua } B(-3;-5;7)\\ \text{▪ VTCP } \vec{u}_2 = (2;3;-2)\end{cases}$, (α) có vtpt $\vec{n} = (2;-1;2)$

Do $\vec{u}_1.\vec{n} = 0$ và $A \notin (\alpha)$ nên $(d_1) // (\alpha)$.

Do $\vec{u}_2.\vec{n} = -3 \neq 0$ nên (d_1) cắt (α) .

b) 0,5 đ Vì $[\vec{u}_1,\vec{u}_2] = (-1;2;2)$, $\overrightarrow{AB} = (-7;-6;7) \Rightarrow d((d_1),(d_2)) = \frac{\left|[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\right|} = 3$

c) 0,75đ phương trình $mp(\beta): \begin{cases}\text{▪ qua } (d_1)\\ \text{▪ } // (\alpha)\end{cases} \Rightarrow (\beta): 2x-y+2z-7=0$

Gọi $N = (d_2)\cap(\beta) \Rightarrow N(1;1;3)$; $M \in (d_1) \Rightarrow M(2t+4;2t+1;-t), \overrightarrow{NM} = (2t+3;2t;-t-3)$

Theo đề : $MN^2 = 9 \Leftrightarrow t = -1$.

Vậy $(\Delta): \begin{cases}\text{▪ qua } N(1;1;3)\\ \text{▪ VTCP } \overrightarrow{NM} = (1;-2;-2)\end{cases} \Rightarrow (\Delta): \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{-2}$

Câu V.b (1,0 điểm) :

Gọi z = a + bi , trong đó a,b là các số thực . ta có : $\bar{z} = a - bi$ và $z^2 = (a^2-b^2)+2abi$

Khi đó : $\bar{z} = z^2 \Leftrightarrow$ Tìm các số thực a,b sao cho : $\begin{cases}a^2-b^2 = a\\ 2ab = -b\end{cases}$

Giải hệ trên ta được các nghiệm (0;0) , (1;0) , $(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2})$, $(-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2})$.

ĐỀ 9

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị (C)

c. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

d. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) đi qua điểm M ($\sqrt{2}$;0) . .

Câu II (3,0 điểm)

d. Cho $\lg 392 = a$, $\lg 112 = b$. Tính lg7 và lg5 theo a và b .

e. Tính tìch phân : $I = \int_0^1 x(e^{x^2} + \sin x)dx$

c. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nếu có của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{1+x^2}}$.

Câu III (1,0 điểm)

Tính tæ soá theå tích cuûa hình laäp phöông vaø theå tích cuûa hình truï ngoaïi tieáp hình laäp phöông ñoù .

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	1	↘	$-\infty$

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó .

1. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho tam giác ABC với các đỉnh là A(0; -2;1) , B(-3;1;2) , C(1; -1;4) .

a. Viết phương trình chính tắc của đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác .

b. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm C và vuông góc với mặt phẳng (OAB) với O là gốc tọa độ .

Câu V.a (1,0 điểm) :

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường (C) : $y=\dfrac{1}{2x+1}$, hai đường thẳng x = 0 , x = 1 và trục hoành . Xác định giá trị của a để diện tích hình phẳng (H) bằng lna .

2. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho điểm M $(-1;4;2)$ và hai mặt phẳng (P_1) : $2x-y+z-6=0$, (P_2) : $x+2y-2z+2=0$.

a. Chứng tỏ rằng hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) cắt nhau . Viết phương trình tham số của giao tuyến Δ của hai mặt phẳng đó .

b. Tìm điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên giao tuyến Δ .

Câu V.b (1,0 điểm) :

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường (C) : y = x^2 và (G) : y = $\sqrt{x}$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành .

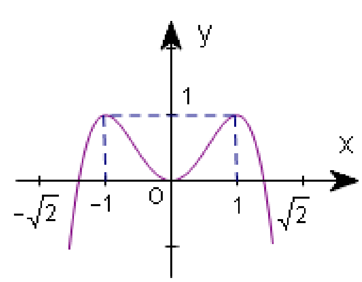
. . . . .Hết . . . .

HƯỚNG DẪN

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

a) 2đ



b) 1đ Gọi (Δ) là tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc k

nên $(\Delta): y = k(x-\sqrt{2})$

(Δ) là tiếp tuyến của (C) ⇔ Hệ sau có nghiệm : $\begin{cases} -x^4+2x^2 = k(x-\sqrt{2}) & (1) \\ -4x^3+4x = k & (2) \end{cases}$

Thay (2) vào (1) ta được : $x(x-\sqrt{2})(3x^2-\sqrt{2}x-4)=0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}, x=0, x=\sqrt{2}$

- $x = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3} \xrightarrow{(2)} k = -\dfrac{8\sqrt{2}}{27} \longrightarrow (\Delta_1): y = -\dfrac{8\sqrt{2}}{27}x + \dfrac{16}{27}$
- $x = 0 \xrightarrow{(2)} k = 0 \longrightarrow (\Delta_2): y = 0$
- $x = \sqrt{2} \xrightarrow{(2)} k = -4\sqrt{2} \longrightarrow (\Delta_3): y = -4\sqrt{2}x + 8$

Câu II (3,0 điểm)

a) 1đ Ta có : a = lg392 = $\lg(2^3.7^2) = 3\lg 2 + 2\lg 7 = 3\lg\dfrac{10}{5} + 2\lg 7 = 3 - 3\lg 5 + 2\lg 7$

$\Rightarrow 2\lg 7 - 3\lg 5 = a-3$ (1)

b = lg112 = $\lg(2^4.7) = 4\lg 2 + \lg 7 = 4\lg\dfrac{10}{5} - 4\lg 5 = 4 - 4\lg 5 + \lg 7$

$\Rightarrow \lg 7 - 4\lg 5 = b-4$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ : $\begin{cases} 2\lg 7 - 3\lg 5 = a-3 \\ \lg 7 - 4\lg 5 = b-4 \end{cases} \Rightarrow \lg 5 = \dfrac{1}{5}(a-2b+5)$, $\lg 7 = \dfrac{1}{5}(4a-3b)$

b) 1đ Ta có $I = \displaystyle\int_0^1 x(e^{x^2}+\sin x)dx = \int_0^1 xe^{x^2}dx + \int_0^1 x\sin x dx = I_1 + I_2$

$I_1 = \displaystyle\int_0^1 xe^{x^2}dx = \frac{1}{2}\int_0^1 e^{x^2}d(x^2) = \left(\frac{1}{2}e^{x^2}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{2}(e-1)$. Cách khác đặt t = x^2

$I_2 = \displaystyle\int_0^1 x\sin x dx$. Đặt : $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$

nên $I_2 = [-x\cos x]_0^1 + \displaystyle\int_0^1 \cos x dx = -\cos 1 + [\sin x]_0^1 = -\cos 1 + \sin 1$

Vậy : $I = \dfrac{1}{2}(e-1) + \sin 1 - \cos 1$

c) 1đ Tập xác định : $D = \mathbb{R}$

$y' = \dfrac{1-x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$,

$\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x(1+\frac{1}{x})}{|x|.\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} y = -1 ; \lim_{x\to+\infty} y = 1$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+	0	−	
y	-1	↗	$\sqrt{2}$	↘	1

Vaäy : Haøm soá ñaõ cho ñaït : ■ $M = \max y = y(1) = \sqrt{2}$

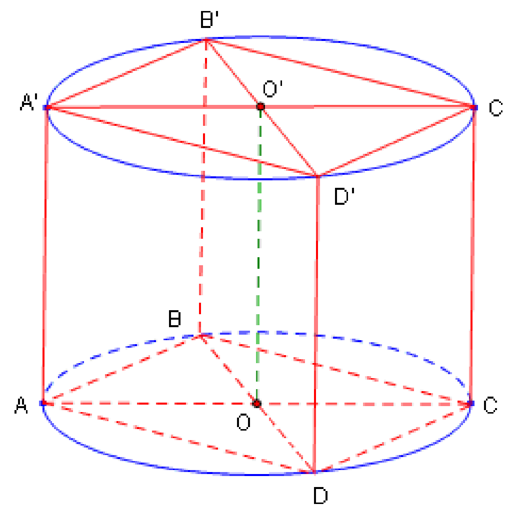
■ Khoâg coùGTNN

Câu III (1,0 điểm)

Nếu hình lập phương có cạnh là a thì thể tích của nó là $V_1 = a^3$

Hình trụ ngoại tiếp hình lập phương đó có bán kính $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao h = a nên có thể tích là $V_2 = \dfrac{\pi a^3}{2}$. Khi đó tỉ số thể tích :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{a^3}{\frac{\pi a^3}{2}} = \frac{2}{\pi}$$



II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó .

1. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

a) 1đ Trung điểm của cạnh BC là $M(-1;0;3)$

Trung tuyến $(AM): \begin{cases} \text{Qua } M(-1;0;3) \\ \text{VTCP } \vec{u} = \overrightarrow{AM} = (-1;2;2) \end{cases} \Rightarrow (AM): \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{2}$

b) 1đ

Mặt phẳng (OAB) : $\begin{cases} \text{Qua } O(0;0;0) \\ \text{VTCP}: \begin{vmatrix} \overrightarrow{OA} = (0;-2;1) \\ \overrightarrow{OB} = (-3;2;1) \end{vmatrix} \end{cases} \Rightarrow \text{VTPT } \vec{n} = [\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}] = (-1)(5;3;6)$

$$\Rightarrow (d): \begin{cases} \text{Qua } C(1;-1;4) \\ \text{VTCP } \vec{u} = \vec{n} = (-1)(5;3;6) \end{cases} \Rightarrow (d): \begin{cases} x = 1+5t \\ y = -1+3t \\ z = 4+6t \end{cases}$$

Câu V.a (1,0 điểm) :

Vì hàm số $y = \dfrac{1}{2x+1}$ liên tục , không âm trên [0; 1] nên hình phẳng (H) có diện tích :

$$S = \int_0^1 \frac{1}{2x+1}dx = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{d(2x+1)}{2x+1} = \frac{1}{2}\ln|2x+1|\Big|_0^1 = \frac{1}{2}\ln 3$$

Theo đề : $S = \ln a \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\ln 3 = \ln a \Leftrightarrow \ln\sqrt{3} = \ln a \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow a = \sqrt{3}$

2. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

a) 1đ

+ Mặt phẳng (P_1) có VTPT $\vec{n}_1 = (2;-1;1)$, mặt phẳng (P_2) có VTPT $\vec{n}_2 = (1;2;-2)$

Vì $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{2}$ nên suy ra (P_1) và (P_2) cắt nhau .

+ Gọi $\vec{u}_\Delta$ là VTCP của đường thẳng Δ thì $\vec{u}_\Delta$ vuông góc $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ nên ta có :

$\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (0;5;5) = 5(0;1;1)$

Vì $\Delta = (P_1) \cap (P_2)$. Lấy M(x;y;x)$\in (\Delta)$ thì tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ :

$\begin{cases} 2x - y + z - 6 = 0 \\ x + 2y - 2z + 2 = 0 \end{cases}$, cho x = 2 ta được : $\begin{cases} -y + z = 2 \\ 2y - 2z = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$. Suy ra : $M(2;1;3)$

Vậy $(\Delta): \begin{cases} \S \text{ qua } M(2;1;3) \\ \S \text{ vtcp } \vec{u}_\Delta = 5(0;1;1) \end{cases} \Rightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

b) 1đ Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng (Δ) .

Ta có : MH$\perp \Delta$. Suy ra : $H = \Delta \cap (Q)$, với (Q) là mặt phẳng đi qua điểm M và vuông với Δ . Do đó

$(Q): \begin{cases} \S \text{ qua } M(2;1;3) \\ \S \text{ vtpt } \vec{n} = \vec{u}_\Delta = 5(0;1;1) \end{cases} \Rightarrow (Q): 0(x+1) + 1(y-4) + 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow (Q): y + z - 6 = 0$

Thay x,y,z trong phương trình (Δ) vào phương trình mặt phẳng (Q) ta được :

$t = \frac{1}{5} \xrightarrow{pt(\Delta)} H(2;2;4)$

Câu V.b (1,0 điểm) :

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (G) : $\sqrt{x} = x^2 \Leftrightarrow x = 0, x = 1$

Khi đó (H) giới hạn bởi các đường thẳng x = 0 , x = 1 , (C) và (G) .

Vì $0 < x^2 < \sqrt{x}$, $\forall x \in (0;1)$ nên gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích sinh ra bởi (C) và (G) .

Khi đó : $V = V_2 - V_1 = \pi\int_0^1 (x - x^4)dx = \pi[\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5}]_0^1 = \frac{3\pi}{10}$

****

ĐỀ 10

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

b) Cho họ đường thẳng $(d_m): y = mx - 2m + 16$ với m là tham số . Chứng minh rằng (d_m) luôn cắt đồ thị (C) tại một điểm cố định I .

Câu II (3,0 điểm)

a) Giải bất phương trình $(\sqrt{2}+1)^{x-1} \geq (\sqrt{2}-1)^{\frac{x-1}{x+1}}$

b) Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ với f là hàm số lẻ. Hãy tính tích phân : I = $\int_{-1}^0 f(x)dx$.

c) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất nếu có của hàm số $y = 2^{\frac{x}{4x^2+1}}$.

Câu III (1,0 điểm)

Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB . Mặt bên (AA'C'C) tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ này .

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó.

3. **Theo chương trình chuẩn :**

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz .Viết phương trình mặt phẳng (P) qua O , vuông góc với mặt phẳng (Q) : $x+y+z=0$ và cách điểm M(1;2;-1) một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

Câu V.a (1,0 điểm) :

Cho số phức $z=\frac{1-i}{1+i}$. Tính giá trị của z^{2010}.

4. **Theo chương trình nâng cao :**

Câu IV.b (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho đường thẳng (d) : $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$ và mặt phẳng (P) : $2x+y-2z-1=0$.

a. Viết phương trình mặt cầu có tâm nằm trên (d) , bán kính bằng 3 và tiếp xúc với (P) .

b. Viết phương trình đường thẳng (Δ) qua M(0;1;0) , nằm trong (P) và vuông góc với đường thẳng (d) .

Câu V.b (1,0 điểm) :

Trên tập số phức , tìm B để phương trình bậc hai $z^2+Bz+i=0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng $-4i$.

. . . . .Hết . . . .

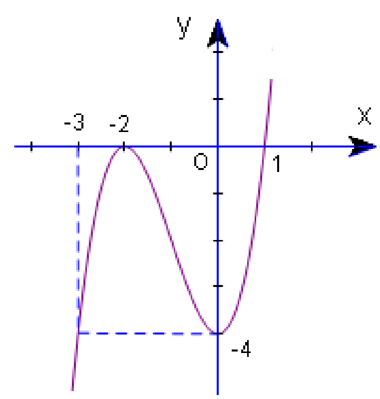
HƯỚNG DẪN

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

a) 2đ

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$



b) 1đ Ta có : Phương trình hoành độ điểm chung của (C) và (d_m) :

$$x^3+3x^2-4=mx-2m+16 \Leftrightarrow (x-2)[x^2+5x+(10-m)]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2+5x+10-m=0 \end{array}\right.$$

Khi x = 2 ta có $y=2^3+3.2^2-4=16$; $y = 2m-2m + 16 = 16$,$\forall m\in\mathbb{R}$

Do đó (d_m) luôn cắt (C) tại điểm cố định I(2;16) .

Câu II (3,0 điểm)

a) 1đ Vì $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=1 \Rightarrow \sqrt{2}-1=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=(\sqrt{2}+1)^{-1}$ nên bpt $\Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)^{x-1} \ge (\sqrt{2}+1)^{-\frac{x-1}{x+1}}$

$\Leftrightarrow x-1 \ge -\dfrac{x-1}{x+1}$ do $\sqrt{2}+1>1$ $\Leftrightarrow \dfrac{(x-1)(x+2)}{x+1} \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2\le x<-1 \\ x\ge 1 \end{array}\right.$

b) 1đ Đổi biến : u = $-x \Rightarrow du=-dx \Rightarrow dx=-du$.

Đổi cận : § x = $-1 \Rightarrow u=1$

§ x = 0 $\Rightarrow u=0$

Vì f là hàm số lẻ nên $f(-u)=-f(u)$

Khi đó : I = $-\int_1^0 f(-u)du=\int_0^1 f(-u)du=-\int_0^1 f(u)du=-\int_0^1 f(x)dx=-2$

c) 1đ Tập xác định $D=\mathbb{R}$

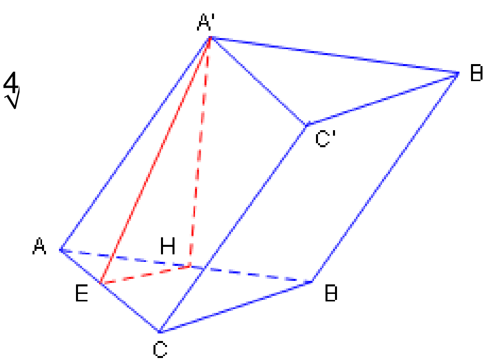
$\forall x\in\mathbb{R}$, ta có : $(2x+1)^2\ge 0 \Rightarrow 4x^2+4x+1\ge 0 \Rightarrow 4x\ge -1(4x^2+1) \Rightarrow \dfrac{x}{4x^2+1}\ge -\dfrac{1}{4}$ (1)

$(2x-1)^2\ge 0 \Rightarrow 4x^2-4x+1\ge 0 \Rightarrow (4x^2+1)\ge 4x \Rightarrow \dfrac{x}{4x^2+1}\le \dfrac{1}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra :

$-\dfrac{1}{4}\le \dfrac{x}{4x^2+1}\le \dfrac{1}{4} \Rightarrow 2^{-\frac{1}{4}} \le 2^{\frac{x}{4x^2+1}} \le 2^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}} \le 2^{\frac{x}{4x^2+1}} \le \sqrt[4]{2}$

Vậy : $\min_{\mathbb{R}} y=y(-\frac{1}{2})=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$; $\max_{\mathbb{R}} y=y(\frac{1}{2})=\sqrt[4]{2}$



Câu III (1,0 điểm)

Gọi H là trung điểm của AB . Ta có A’H $\perp$ (ABC) .Kẻ HE$\perp$ AC thì $\widehat{A'EH}=45^\circ$ là góc giữa hai mặt (AA’C’C) và (ABC) . Khi đó : A’H = HE = $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$ (bằng $\dfrac{1}{2}$ đường cao Δ ABC) . Do đó :

$$V_{ABC.A'B'C'}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^3}{16}$$

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Phương trình mặt phẳng (P) qua O nên có dạng : Ax + By + Cz = 0 với $A^2+B^2+C^2\ne 0$

Vì (P) $\perp$ (Q) nên 1.A+1.B+1.C = 0 $\Leftrightarrow$ A+B+C = 0 $\Leftrightarrow C=-A-B$ (1)

Theo đề :

d(M;(P)) = $\sqrt{2} \Leftrightarrow \dfrac{|A+2B-C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\sqrt{2} \Leftrightarrow (A+2B-C)^2=2(A^2+B^2+C^2)$ (2)

Thay (1) vào (2) , ta được : $8AB+5B^2=0 \Leftrightarrow B=0$ hay $B=-\frac{8A}{5}$

§ $B=0 \xrightarrow{(1)} C=-A$. Cho $A=1, C=-1$ thì (P) : $x-z=0$

§ $B=-\frac{8A}{5}$. Chọn A = 5 , B = $-1 \xrightarrow{(1)} C=3$ thì (P) : $5x-8y+3z=0$

Câu V.a (1,0 điểm) :

Ta có : $z=\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1+i)^2}{2}=i$ nên $z^{2010}=i^{2010}=i^{4\times502+2}=i^{4\times502}.i^2=1.(-1)=-1$

2. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

a) 1đ

Tâm mặt cầu là $I\in(d)$ nên I(1+2t;2t;-1)

Theo đề : Mặt cầu tiếp xúc với (P) nên

$$d(I;(P))=\frac{|2(1+2t)+2t-2(-1)-1|}{\sqrt{4+1+4}}=R=3 \Leftrightarrow |6t+3|=3 \Leftrightarrow t=0, t=-1$$

§ t = 0 thì I(1;0;-1) $\Rightarrow (S_1):(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$

§ t = -1 thì I($-1;-2;-1$) $\Rightarrow (S_2):(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$

b) 1đ VTCP của đường thẳng (d) là $\vec{u}=(2;2;0)=2(1;1;0)$

VTPT của mặt phẳng là $\vec{v}=(2;1;-2)$

Gọi $\vec{u}_\Delta$ là VTCP của đường thẳng (Δ) thì $\vec{u}_\Delta$ vuông góc với $\vec{u},\vec{n}$ do đó ta chọn

$\vec{u}_\Delta=[\vec{u},\vec{v}]=(-2)(2;-2;1)$.

Vậy $(\Delta):\begin{cases} \text{§ Qua } M(0;1;0) \\ \text{§ vtcp } \vec{u}_\Delta=[\vec{u},\vec{v}]=(-2)(2;-2;1) \end{cases} \Rightarrow (\Delta):\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{1}$

Câu V.b (1,0 điểm) :

Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho và $B=a+bi$ với $a,b\in$ □ .

Theo đề phương trình bậc hai $z^2+Bz+i=0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng $-4i$.

nên ta có : $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=S^2-2P=(-B)^2-2i=-4i$ hay $B^2=-2i$ hay

$(a+bi)^2=-2i \Leftrightarrow a^2-b^2+2abi=-2i$ Suy ra : $\begin{cases} a^2-b^2=0 \\ 2ab=-2 \end{cases}$.

Hệ phương trình có nghiệm (a;b) là $(1;-1),(-1;1)$. Vậy : $B=1-i$, $B=-1+i$

ĐỀ 11

(Thời gian làm bài 150 phút)

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ có đồ thị (C)

e. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

f. Dùng đồ thị (C) , xác định k để phương trình sau có đúng 3 nghiệm phân biệt $x^3-3x^2+k=0$.

Câu II (3,0 điểm)

f. Giải phương trình $3^{|3x-4|}=9^{2x-2}$

g. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\sin^2 x}$. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số , biết rằng đồ thị của hàm số F(x) đi qua điểm M($\dfrac{\pi}{6}$; 0) .

h. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\dfrac{1}{x}+2$ với $x>0$.

Câu III (1,0 điểm)

Cho hình choùp tam giaùc ñeàu coù caïnh ñaùy baèng $\sqrt{6}$ vaø ñöôøng cao h = 1 . Hãy tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp .

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh học chương trình nào thì làm chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó .

5. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho đường thẳng (d) : $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+3}{2}$ và mặt phẳng (P) : $2x+y-z-5=0$

a. Chứng minh rằng (d) cắt (P) tại A . Tìm tọa độ điểm A .

b. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A , nằm trong (P) và vuông góc với (d) .

Câu V.a (1,0 điểm) :

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường : $y=\ln x, x=\dfrac{1}{e}, x=e$ và trục hoành .

6. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho đường thẳng (d) : $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+2t \\ z=-3+t \end{cases}$ và mặt phẳng

(P) : $-x+y+2z+5=0$

a. Chứng minh rằng (d) nằm trên mặt phẳng (P) .

b. Viết phương trình đường thẳng (Δ) nằm trong (P), song song với (d) và cách (d) một khoảng là $\sqrt{14}$.

Câu V.b (1,0 điểm) :

Tìm căn bậc hai cũa số phức $z=-4i$

. . . . .Hết . . . .

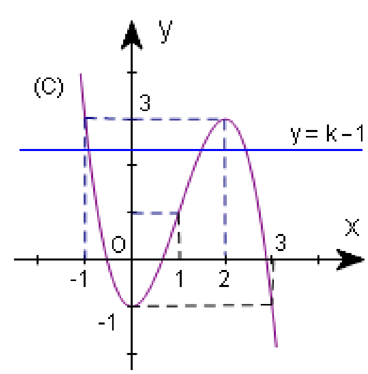
HƯỚNG DẪN

I . PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (3,0 điểm)

a. (2đ)

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$



b. (1đ) pt $\Leftrightarrow -x^3+3x^2-1=k-1$

Đây là pt hoành độ điểm chung của (C) và đường thẳng

$(d): y = k - 1$

Căn cứ vào đồ thị , ta có :

Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1 < k-1 < 3 \Leftrightarrow 0 < k < 4$

Câu II (3,0 điểm)

a. (1đ)

$$3^{|3x-4|} = 9^{2x-2} \Leftrightarrow 3^{|3x-4|} = 3^{2(2x-2)} \Leftrightarrow |3x-4| = 4x-4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ (3x-4)^2 = (4x-4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{8}{7}$$

b. (1đ) Vì $F(x) = -\cot x + C$. Theo đề : $F(\frac{\pi}{6}) = 0 \Leftrightarrow -\cot\frac{\pi}{6} + C = 0 \Leftrightarrow C = \sqrt{3} \Rightarrow F(x) = \sqrt{3} - \cot x$

c. (1đ) Với $x > 0$. Áp dụng bất đẳng thức Côsi :

$x + \frac{1}{x} \ge 2$. Dấu "=" xảy ra khi $x = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^2 = 1 \xrightarrow{x>0} x = 1$

$\Rightarrow y \ge 2+2 = 4$. Vậy : $\underset{(0;+\infty)}{\mathrm{Min}\, y} = y(1) = 4$

Câu III (1,0 điểm)

Goïi hình choùp ñaõ cho laø S.ABC vaø O laø taâm ñöôøng troøn ngoaïi tieáp cuûa ñaùy ABC .

Khi ñoù : SO laø truïc ñöôøng troøn ñaùy (ABC) . Suy ra : $SO \perp (ABC)$.

Trong mp(SAO) döïng ñöôøng trung tröïc cuûa caïnh SA , caét SO taïi I .

Khi ñoù : I laø taâm cuûa maët caàu ngoaïi tieáp S.ABC

Tính baùn kính R = SI .

Ta coù : Töù giaùc AJIO noäi tieáp ñöôøng troøn neân : $SJ.SA = SI.SO \Rightarrow SI = \frac{SJ.SA}{SO} = \frac{SA^2}{2.SO}$

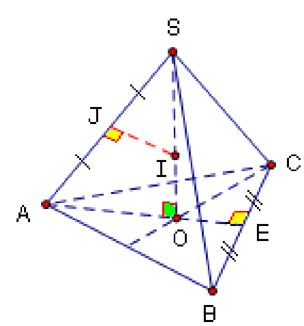
ΔSAO vuoâng taïi O . Do ñoù : $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{1^2 + \frac{6}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow SI = \frac{3}{2.1} = \frac{3}{2}$

Diện tích mặt cầu : $S = 4\pi R^2 = 9\pi$

II . PHẦN RIÊNG (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn :

Câu IV.a (2,0 điểm) :



a. (0,5 đ) $A(5;6;-9)$

b. (1,5đ)

+ Vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) : $\vec{u}_d = (1;-2;2)$

+ Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) : $\vec{n}_P = ((2;1;-1)$

+ Vectơ chỉ phương của đường thẳng (Δ) : $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d;\vec{n}_P] = (0;1;1)$

+ Phương trình của đường thẳng (Δ) : $\begin{cases} x = 5 \\ y = 6 + t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -9 + t \end{cases}$

Câu V.a (1,0 điểm) :

+ Diện tích : $S = -\int_{1/e}^{1} \ln x dx + \int_{1}^{e} \ln x dx$ + Đặt : $u = \ln x, dv = dx \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx, v = x$

+ $\int \ln x dx = x\ln x - \int dx = x(\ln x - 1) + C$ => $S = -x(\ln x - 1)\Big|_{1/e}^{1} + x(\ln x - 1)\Big|_{1}^{e} = 2(1 - \frac{1}{e})$

7. Theo chương trình nâng cao :

Câu IV.b (2,0 điểm) :

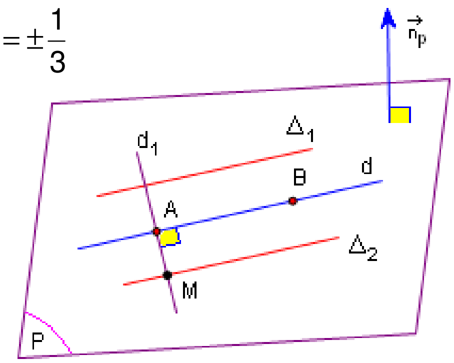
a. (0,5đ) Chọn $A(2;3;-3), B(6;5;-2) \in (d)$ mà A,B nằm trên (P) nên (d) nằm trên (P) .

b.(1,5đ) Gọi $\vec{U}$ vectơ chỉ phương của (d_1) qua A và vuông góc với (d) thì $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_d \\ \vec{u} \perp \vec{u}_P \end{cases}$ nên ta chọn

$\vec{u} = [\vec{u}, \vec{u}_P] = (3;-9;6) = 3(1;-3;2)s$. Ptrình của đường thẳng (d_1) : $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = 3-9t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -3+6t \end{cases}$

(Δ) là đường thẳng qua M và song song với (d). Lấy M trên (d_1) thì M(2+3t;3 − 9t; − 3+6t) .

Theo đề : $AM = \sqrt{14} \Leftrightarrow \sqrt{9t^2 + 81t^2 + 36t^2} = \sqrt{14} \Leftrightarrow t^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow t = \pm\frac{1}{3}$



+ $t = -\frac{1}{3} \Rightarrow M(1;6;-5) \Rightarrow (\Delta_1) : \frac{x-1}{4} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+5}{1}$

+ $t = \frac{1}{3} \Rightarrow M(3;0;-1) \Rightarrow (\Delta_2) : \frac{x-3}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$

Câu V.b (1,0 điểm) :

Gọi x + iy là căn bậc hai của số phức $z = -4i$, ta có :

$(x+iy)^2 = -4i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 2xy = -4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -y \\ 2xy = -4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 2x^2 = -4 \end{cases}$ (loại) hoặc $\begin{cases} x = -y \\ -2x^2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{2}; y = -\sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2}; y = \sqrt{2} \end{array} \right.$

Vậy số phức có hai căn bậc hai : $z_1 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$, $z_2 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$

****