



ĐỀ THI TUYỂN SINH CAO ĐẲNG NĂM 2009

Môn thi: TOÁN (khối A, B, D)

(Thời gian làm bài: 180 phút)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - (2m - 1)x^2 + (2 - m)x + 2$ (1), với m là tham số thực

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 2$
2. Tìm các giá trị của m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) có hoành độ dương.

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $(1 + 2 \sin x)^2 \cos x = 1 + \sin x + \cos x$
2. Giải bất phương trình $\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x-2} \leq \sqrt{5x+1}$ ($x \in \mathbb{R}$)

Câu III (1,0 điểm)

Tính tích phân $I = \int_0^1 (e^{-2x} + x)e^x dx$

Câu IV (1,0 điểm)

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M , N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA , SB và CD . Chứng minh rằng đường thẳng MN vuông góc với đường thẳng SP . Tính theo a thể tích của khối tứ diện $AMNP$.

Câu V (1,0 điểm)

Cho a và b là hai số thực thỏa mãn $0 < a < b < 1$. Chứng minh rằng $a^2 \ln b - b^2 \ln a > \ln a - \ln b$

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $C(-1; -2)$, đường trung tuyến kẻ từ A và đường cao kẻ từ B lần lượt có phương trình là $5x + y - 9 = 0$ và $x + 3y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A và B .
2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P_1) : x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(P_2) : 3x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$, vuông góc với hai mặt phẳng (P_1) và (P_2)

Câu VII.a (1,0 điểm)

Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)^2(2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho các đường thẳng $\Delta_1 : x - 2y - 3 = 0$ và $\Delta_2 : x + y + 1 = 0$. Tìm toạ độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ_2 bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$

2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho tam giác ABC có A(1; 1; 0), B(0; 2; 1) và trọng tâm G(0; 2; -1). Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm C và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

Câu VII.b (1,0 điểm)

Giải phương trình sau trên tập hợp các số phức : $\frac{4z - 3 - 7i}{z - i} = z - 2i$

BÀI GIẢI GỢI Ý

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I:

1) $m = 2; y = x^3 - 3x^2 + 2$

TXĐ D = R ; $y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

y đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0); (2; +\infty);$ y nghịch biến trên $(0; 2)$

y đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại bằng 2;

y đạt cực tiểu tại $x = 2$ và giá trị cực tiểu bằng -2

giao điểm của đồ thị với trục tung là $(0; 2)$

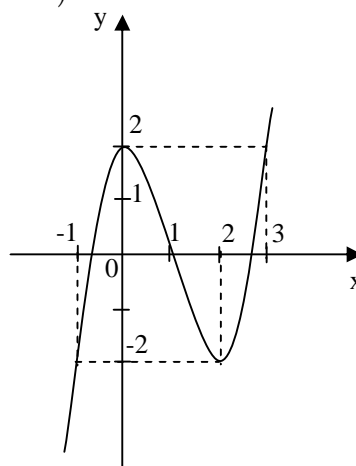
giao điểm của đồ thị với trục hoành là $(1; 0); (1 \pm \sqrt{3}; 0)$

2. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2(2m - 1)x + 2 - m = 0$ (*)

Ycbt \Leftrightarrow pt (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ \frac{2 - m}{3} > 0 \\ \frac{2(2m - 1)}{3} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \text{ hay } m > \frac{5}{4} \\ m < 2 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2$$



Câu II:

$$1. \quad \text{Pt} \Leftrightarrow (1 + 4\sin x + 4\sin^2 x)\cos x = 1 + \sin x + \cos x$$

$$\Leftrightarrow \cos x + 4\sin x \cos x + 4\sin^2 x \cos x = 1 + \sin x + \cos x$$

$$\Leftrightarrow 4\sin x \cos x (1 + \sin x) = 1 + \sin x$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin x = 0 \text{ hay } 4\sin x \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin x = -1 \text{ hay } \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ hay } x = \frac{\pi}{12} + k\pi \text{ hay } x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$$

$$2. \quad \sqrt{x+1} + 2\sqrt{x-2} \leq \sqrt{5x+1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \sqrt{(x+1)(x-2)} \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - x - 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ -2 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$$

Câu III:

$$I = \int_0^1 e^{-x} dx + \int_0^1 x e^x dx; I_1 = \int_0^1 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{e}$$

$$I_2 = \int_0^1 x e^x dx, \text{ đặt } u = x \Rightarrow du = dx; \text{ đặt } dv = e^x dx, \text{ chọn } v = e^x$$

$$\text{Vậy } I_2 = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = 1 \Rightarrow I = I_1 + I_2 = 2 - \frac{1}{e}$$

Câu IV:

Gọi I là trung điểm AB.

Ta có $MN \parallel AB \parallel CD$ và $SP \perp CD \Rightarrow MN \perp SP$

$$\Delta SIP \text{ cân tại } S, SI^2 = 2a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{7a^2}{4}$$

$$\Rightarrow SI = SP = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

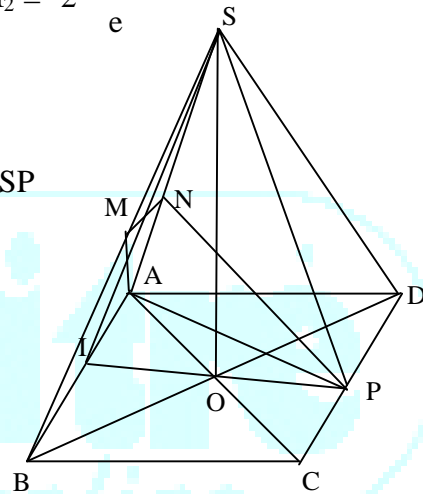
Gọi O là tâm của hình vuông ABCD,

$$\text{ta có } SO^2 = SI^2 - OI^2 = \frac{7a^2}{4} - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{6a^2}{4}$$

$$\Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}, \text{ H là hình chiếu vuông góc của P xuống mặt phẳng SAB}$$

$$\text{Ta có } S_{(SIP)} = \frac{1}{2} SO \cdot IP = \frac{1}{2} PH \cdot SI \Rightarrow PH = \frac{SO \cdot IP}{SI} = \frac{a\sqrt{6}}{2} a \frac{2}{a\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{(AMN)} \cdot PH = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2} \right) \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{7}} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{48} \text{ (đvtt)}$$

**Câu V:**

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}; 0 < x < 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 + 1 - 2x^2 \ln x}{x(x^2 + 1)^2} > 0, \forall x \in (0; 1) \Rightarrow f \text{ đồng biến trên } (0; 1)$$

$$\Rightarrow f(b) > f(a) \text{ với } 0 < a < b < 1 \Rightarrow \frac{\ln b}{b^2 + 1} > \frac{\ln a}{a^2 + 1} \text{ với } 0 < a < b < 1$$

$$\Rightarrow a^2 \ln b - b^2 \ln a > \ln a - \ln b$$

Câu VI.a.

1. Giả sử AM: $5x + y - 9 = 0$, BH: $x + 3y - 5 = 0$.

AC: $3(x + 1) - 1(y + 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0$.

$A = AC \cap AM \Rightarrow A(1; 4)$

$B \in BH \Leftrightarrow B(5 - 3m; m)$

M là trung điểm BC $\Leftrightarrow M\left(\frac{4 - 3m}{2}; \frac{m - 2}{2}\right)$.

$M \in AM \Leftrightarrow 5 \cdot \frac{4 - 3m}{2} + \frac{m - 2}{2} - 9 = 0 \Leftrightarrow m = 0$. Vậy B(5; 0)

2. $\vec{n}_{(P_1)} = (1; 2; 3)$, $\vec{n}_{(P_2)} = (3; 2; -1)$

(P) qua A(1; 1; 1). (P) \perp (P₁), (P₂) \Rightarrow (P) có một vectơ pháp tuyến:

$$\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(P_1)}, \vec{n}_{(P_2)}] = (-8; 10; -4) = -2(4; -5; 2)$$

Phương trình mặt phẳng (P): $4(x - 1) - 5(y - 1) + 2(z - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow 4x - 5y + 2z - 1 = 0.$$

Câu VII. a. $(1 + i)^2 (2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$

$$\Leftrightarrow (2i)(2 - i)z - (1 + 2i)z = 8 + i \Leftrightarrow z[4i + 2 - 1 - 2i] = 8 + i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{8 + i}{1 + 2i} = \frac{(8 + i)(1 - 2i)}{5} = \frac{8 - 15i + 2}{5} = \frac{10 - 15i}{5} = 2 - 3i$$

Phần thực của z là 2. Phần ảo của z là -3.

Câu VI.b. 1. $M \in \Delta_1 \Leftrightarrow M(2m + 3; m)$

$$d(M, \Delta_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{|2m + 3 + m + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |3m + 4| = 1 \Leftrightarrow m = -1 \text{ hay } m = -\frac{5}{3}$$

Vậy M(1; -1) hay M(-1/3; -5/3)

2. G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow C(-1; 3; -4)$

$\vec{AB} = (-1; 1; 1)$; $\vec{AC} = (-2; 2; -4)$

$$\Rightarrow \vec{a}_\Delta = [\vec{AB}, \vec{AC}] = -6(1; 1; 0) \Rightarrow \text{pt } \Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -4 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Câu VII.b. $\frac{4z - 3 - 7i}{z - i} = z - 2i$

$$\Leftrightarrow 4z - 3 - 7i = z^2 - 3iz - 2 \Leftrightarrow z^2 - (4 + 3i)z + 1 + 7i = 0$$

$$\Delta = (4 + 3i)^2 - 4(1 + 7i) = 3 - 4i = (2 - i)^2$$

Vậy $z = \frac{4 + 3i + 2 - i}{2} = 3 + i$ hay $z = \frac{4 + 3i - 2 + i}{2} = 1 + 2i$

Người giải đề: PHẠM HỒNG DANH - TRẦN VĂN TOÀN
 (Trung tâm Bồi dưỡng văn hóa và Luyện thi đại học Vĩnh Viễn, TP.HCM)