ĐỀ THI TUYỂN SINH CAO ĐẲNG NĂM 2009
Môn thi: TOÁN (khối A, B, D)
(Thời gian làm bài: 180 phút)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH ***(7,0 điểm)***

Câu I ***(2,0 điểm)***

Cho hàm số $y = x^3 - (2m - 1)x^2 + (2 - m)x + 2$ (1), với m là tham số thực

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 2$
2. Tìm các giá trị của m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) có hoành độ dương.

Câu II ***(2,0 điểm)***

1. Giải phương trình $(1+2\sin x)^2 \cos x = 1 + \sin x + \cos x$
2. Giải bất phương trình $\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x-2} \le \sqrt{5x+1}$ $(x \in \mathbb{R})$

Câu III ***(1,0 điểm)***

Tính tích phân $I = \int_0^1 (e^{-2x} + x)e^x dx$

Câu IV ***(1,0 điểm)***

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có AB = a, SA = $a\sqrt{2}$. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và CD. Chứng minh rằng đường thẳng MN vuông góc với đường thẳng SP. Tính theo a thể tích của khối tứ diện AMNP.

Câu V ***(1,0 điểm)***

Cho a và b là hai số thực thoả mãn $0 < a < b < 1$. Chứng minh rằng $a^2\ln b - b^2\ln a > \ln a - \ln b$

PHẦN RIÊNG ***(3,0 điểm)***

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a ***(2,0 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có C(–1; –2), đường trung tuyến kẻ từ A và đường cao kẻ từ B lần lượt có phương trình là $5x+y-9 = 0$ và $x + 3y - 5 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh A và B.
2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho các mặt phẳng $(P_1) : x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(P_2) : 3x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A(1; 1; 1), vuông góc với hai mặt phẳng (P_1) và (P_2)

Câu VII.a ***(1,0 điểm)***

Cho số phức z thoả mãn $(1 + i)^2(2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b ***(2,0 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho các đường thẳng $\Delta_1 : x - 2y - 3 = 0$ và $\Delta_2 : x + y + 1 = 0$. Tìm toạ độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ_2 bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$

2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho tam giác ABC có A(1; 1; 0), B(0; 2; 1) và trọng tâm G(0; 2; −1). Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm C và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

Câu VII.b ***(1,0 điểm)***

Giải phương trình sau trên tập hợp các số phức : $\frac{4z - 3 - 7i}{z - i} = z - 2i$

BÀI GIẢI GỢI Ý

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I:

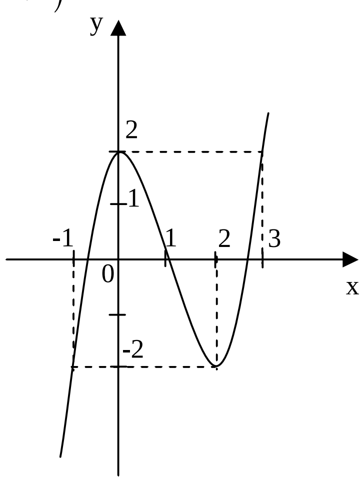
1) m = 2; $y = x^3 - 3x^2 + 2$

TXĐ D = R ; $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

y đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$; $(2;+\infty)$; y nghịch biến trên (0;2)
y đạt cực đại tại x = 0 và giá trị cực đại bằng 2;
y đạt cực tiểu tại x = 2 và giá trị cực tiểu bằng -2
giao điểm của đồ thị với trục tung là (0;2)
giao điểm của đồ thị với trục hoành là (1;0); $\left(1 \pm \sqrt{3}; 0\right)$



2. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2(2m - 1)x + 2 - m = 0$ (*)

Ycbt ⇔ pt (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ \frac{2 - m}{3} > 0 \\ \frac{2(2m - 1)}{3} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \text{ hay } m > \frac{5}{4} \\ m < 2 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2$$

Câu II:

1. Pt $\Leftrightarrow (1 + 4\sin x + 4\sin^2 x)\cos x = 1 + \sin x + \cos x$

$\Leftrightarrow \cos x + 4\sin x\cos x + 4\sin^2 x\cos x = 1 + \sin x + \cos x$

$\Leftrightarrow 4\sin x\cos x(1 + \sin x) = 1 + \sin x$

$\Leftrightarrow 1 + \sin x = 0$ hay $4\sin x\cos x = 1$

$\Leftrightarrow \sin x = -1$ hay $\sin 2x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ hay $x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi$ hay $x = \dfrac{5\pi}{12} + k\pi$

2. $\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x-2} \le \sqrt{5x+1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ \sqrt{(x+1)(x-2)} \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x^2 - x - 6 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ -2 \le x \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \le x \le 3$$

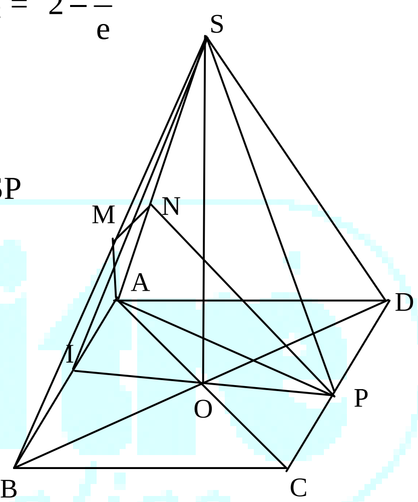
Câu III:

$$I = \int_0^1 e^{-x}dx + \int_0^1 xe^x dx \;;\; I_1 = \int_0^1 e^{-x}dx = -e^{-x}\Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{e}$$

$I_2 = \displaystyle\int_0^1 xe^x dx$, đặt $u = x \Rightarrow du = dx$; đặt $dv = e^x dx$, chọn $v = e^x$

Vậy $I_2 = xe^x\Big|_0^1 - \displaystyle\int_0^1 e^x dx = 1 \quad \Rightarrow I = I_1 + I_2 = 2 - \dfrac{1}{e}$

Câu IV:



Gọi I là trung điểm AB.

Ta có MN // AB // CD và SP $\perp$ CD $\Rightarrow$ MN $\perp$ SP

ΔSIP cân tại S, $SI^2 = 2a^2 - \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{7a^2}{4}$

$\Rightarrow SI = SP = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$

Gọi O là tâm của hình vuông ABCD,

ta có $SO^2 = SI^2 - OI^2 = \dfrac{7a^2}{4} - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 = \dfrac{6a^2}{4}$

$\Rightarrow SO = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, H là hình chiếu vuông góc của P xuống mặt phẳng SAB

Ta có $S_{(SIP)} = \dfrac{1}{2}SO.IP = \dfrac{1}{2}PH.SI \Rightarrow PH = \dfrac{SO.IP}{SI} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}a\dfrac{2}{a\sqrt{7}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$

$V = \dfrac{1}{3}S_{(AMN)}.PH = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{1}{2}\dfrac{a\sqrt{7}}{2}\right)\dfrac{a\sqrt{6}}{\sqrt{7}} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{48}$ (đvtt)

Câu V :

Đặt $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2+1}$; $0 < x < 1$

$\Rightarrow f'(x) = \dfrac{x^2 + 1 - 2x^2\ln x}{x(x^2+1)^2} > 0$, $\forall x \in (0;1) \Rightarrow$ f đồng biến trên (0 ; 1)

$\Rightarrow f(b) > f(a)$ với $0 < a < b < 1 \Rightarrow \dfrac{\ln b}{b^2+1} > \dfrac{\ln a}{a^2+1}$ với $0 < a < b < 1$

$\Rightarrow a^2\ln b - b^2\ln a > \ln a - \ln b$

Câu VI.a.

1. Giả sử AM: $5x + y - 9 = 0$, BH: $x + 3y - 5 = 0$.
   AC: $3(x + 1) - 1(y + 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0$.
   $A = AC \cap AM \Rightarrow A(1; 4)$
   $B \in BH \Leftrightarrow B(5 - 3m; m)$
   M là trung điểm BC $\Leftrightarrow M\left(\frac{4-3m}{2}; \frac{m-2}{2}\right)$.
   $M \in AM \Leftrightarrow 5.\frac{4-3m}{2} + \frac{m-2}{2} - 9 = 0 \Leftrightarrow m = 0$. Vậy B(5; 0)
2. $\overrightarrow{n_{(P_1)}} = (1;2;3), \overrightarrow{n_{(P_2)}} = (3;2;-1)$
   (P) qua A(1; 1; 1). (P)$\perp$ (P_1), (P_2) $\Rightarrow$ (P) có một vectơ pháp tuyến:
   $\overrightarrow{n_{(P)}} = \left[\overrightarrow{n_{(P_1)}}, \overrightarrow{n_{(P_2)}}\right] = (-8; 10; -4) = -2(4; -5; 2)$
   Phương trình mặt phẳng (P): $4(x - 1) - 5(y - 1) + 2(z - 1) = 0$
   $\Leftrightarrow 4x - 5y + 2z - 1 = 0$.

Câu VII. a. $(1+i)^2(2-i)z = 8 + i + (1+2i)z$

$\Leftrightarrow (2i)(2-i)z - (1+2i)z = 8 + i \Leftrightarrow z\left[4i + 2 - 1 - 2i\right] = 8 + i$

$\Leftrightarrow z = \frac{8+i}{1+2i} = \frac{(8+i)(1-2i)}{5} = \frac{8-15i+2}{5} = \frac{10-15i}{5} = 2 - 3i$

Phần thực của z là 2. Phần ảo của z là – 3.

Câu VI.b. 1. $M \in \Delta_1 \Leftrightarrow M(2m + 3; m)$

$d(M, \Delta_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{|2m+3+m+1|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |3m + 4| = 1 \Leftrightarrow m = -1$ hay $m = -\frac{5}{3}$

Vậy M (1; -1) hay $M\left(-\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right)$

2. G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow C(-1; 3; -4)$
   $\overrightarrow{AB} = (-1;1;1)$; $\overrightarrow{AC} = (-2;2;-4)$
   $\Rightarrow \overrightarrow{a_\Delta} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = -6(1;1;0) \Rightarrow$ pt Δ : $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -4 \end{cases}$ $(t \in R)$

Câu VII.b. $\frac{4z - 3 - 7i}{z - i} = z - 2i$

$\Leftrightarrow 4z - 3 - 7i = z^2 - 3iz - 2 \Leftrightarrow z^2 - (4 + 3i)z + 1 + 7i = 0$

$\Delta = (4 + 3i)^2 - 4(1 + 7i) = 3 - 4i = (2 - i)^2$

Vậy $z = \frac{4+3i+2-i}{2} = 3 + i$ hay $z = \frac{4+3i-2+i}{2} = 1 + 2i$

Người giải đề: **PHẠM HỒNG DANH - TRẦN VĂN TOÀN**
(Trung tâm Bồi dưỡng văn hóa và Luyện thi đại học Vĩnh Viễn, TP.HCM)