Sở GD&ĐT Phú Thọ.
Trường THPT Thanh Thủy. **ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN I NĂM 2009-2010.**
Môn: Toán A. Thời gian: *180 phút (Không kể giao đề).*

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm).

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = \dfrac{2x+4}{1-x}$.

1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số trên.
2) Gọi (*d*) là đường thẳng qua *A*(1; 1) và có hệ số góc *k*. Tìm *k* sao cho (*d*) cắt (*C*) tại hai điểm *M, N* và $MN = 3\sqrt{10}$.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\sin 3x - 3\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x + 3\cos x - 2 = 0$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 1 = 4y \\ y(x+y)^2 = 2x^2 + 7y + 2 \end{cases}$.

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{3\sin x - 2\cos x}{(\sin x + \cos x)^3} dx$

Câu IV (1 điểm):
Cho hình chóp tứ giác *S.ABCD* có đáy là hình chữ nhật với *SA* vuông góc với đáy, *G* là trọng tâm tam giác *SAC*, mặt phẳng *(ABG)* cắt *SC* tại *M*, cắt *SD* tại *N*. Tính thể tích của khối đa diện *MNABCD* biết *SA=AB=a* và góc hợp bởi đường thẳng *AN* và *mp(ABCD)* bằng 30^0.

Câu V (1 điểm): Cho các số dương $a, b, c : ab + bc + ca = 3$.

Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{1+a^2(b+c)} + \dfrac{1}{1+b^2(c+a)} + \dfrac{1}{1+c^2(a+b)} \le \dfrac{1}{abc}$.

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm) (*Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)).*

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy* cho đường tròn hai đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$, $(C'): x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$ cùng đi qua *M*(1; 0). Viết phương trình đường thẳng qua *M* cắt hai đường tròn $(C), (C')$ lần lượt tại *A, B* sao cho *MA= 2MB.*

2) Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* hãy xác định toạ độ tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*, biết *A*(-1; 0; 1), *B*(1; 2; -1), *C*(-1; 2; 3).

Câu VII.a (1 điểm):

Khai triển đa thức: $(1-3x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{20}x^{20}$. Tính tổng: $S = |a_0| + 2|a_1| + 3|a_2| + ... + 21|a_{20}|$.

2. Theo chương trình Nâng cao :

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, hãy viết phương trình các cạnh của tam giác *ABC* biết trực tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ đỉnh *B* là $K(0;2)$, trung điểm cạnh *AB* là $M(3;1)$.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng: $(d_1): \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{2}$ và $(d_2): \dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$.

Tìm tọa độ các điểm *M* thuộc (d_1) và N thuộc (d_2) sao cho đường thẳng *MN* song song với mặt phẳng $(P): x - y + z + 2010 = 0$ độ dài đoạn *MN* bằng $\sqrt{2}$.

Câu VII.b (1 điểm): Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy - 2x + y + 2) + \log_{2+y}(x^2 - 2x + 1) = 6 \\ \log_{1-x}(y+5) - \log_{2+y}(x+4) = 1 \end{cases}$

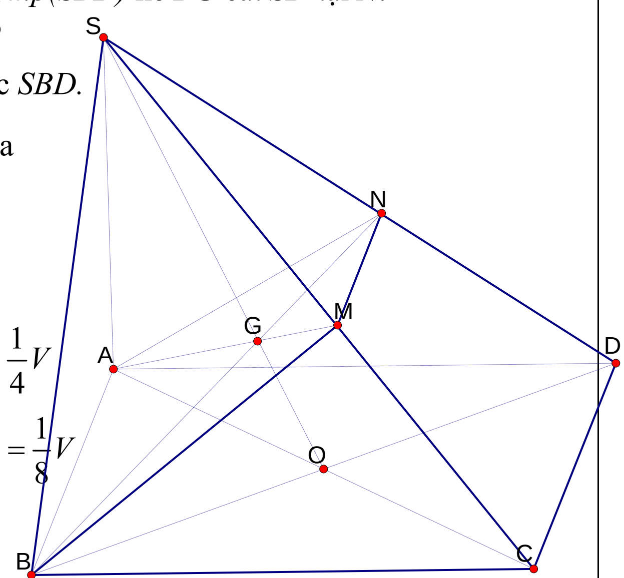
……………………………………....................HẾT……………………………………….http://laisac.page.tl

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
I (2,0)	1(1,0)	Làm đúng, đủ các bước theo Sơ đồ khảo sát hàm số cho điểm tối đa.	1,0
	2(1,0)	Từ giả thiết ta có: $(d): y = k(x-1)+1$. Bài toán trở thành: Tìm k để hệ phương trình sau có hai nghiệm $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$ phân biệt sao cho $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 90 (*)$ $\begin{cases} \dfrac{2x+4}{-x+1} = k(x-1)+1 \\ y = k(x-1)+1 \end{cases} (I)$. Ta có: $(I) \Leftrightarrow \begin{cases} kx^2 - (2k-3)x + k + 3 = 0 \\ y = k(x-1)+1 \end{cases}$ Dễ có *(I)* có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $kx^2 - (2k-3)x + k + 3 = 0 (**)$ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó dễ có được $k \neq 0, k < \dfrac{3}{8}$. Ta biến đổi (*) trở thành: $(1+k^2)(x_2 - x_1)^2 = 90 \Leftrightarrow (1+k^2)[(x_2 + x_1)^2 - 4x_2x_1] = 90 (***)$ Theo định lí Viet cho (**) ta có: $x_1 + x_2 = \dfrac{2k-3}{k}, x_1x_2 = \dfrac{k+3}{k}$, thế vào (***) ta có phương trình: $8k^3 + 27k^2 + 8k - 3 = 0 \Leftrightarrow (k+3)(8k^2 + 3k - 1) = 0 \Leftrightarrow k = -3, k = \dfrac{-3+\sqrt{41}}{16}, k = \dfrac{-3-\sqrt{41}}{16}$. KL: Vậy có 3 giá trị của k thoả mãn như trên.	

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
II (2,0)	1(1,0)	Ta có: $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$ nên $\sin 3x - 3\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x + 3\cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow$ $(\sin 3x + \sin x) + 2\sin x - 3\sin 2x - (\cos 2x + 2 - 3\cos x) = 0$ $\Leftrightarrow 2\sin 2x.\cos x + 2\sin x - 6.\sin.\cos x - (2\cos^2 x - 3\cos x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow 2\sin x.\cos^2 x + 2\sin x - 6.\sin.\cos x - (2\cos^2 x - 3\cos x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(2\cos^2 x - 3\cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \dfrac{1}{2} \\ \cos x = 1 \\ \cos x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$ +) $\sin x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., (k \in Z)$. +) $\cos x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., (k \in Z)$. +) $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in Z)$. **KL:**Vậy phương trình có 5 họ nghiệm như trên.	1,0
	2(1,0)	Dễ thấy $y \neq 0$, ta có: $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 1 = 4y \\ y(x+y)^2 = 2x^2 + 7y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{y} + x + y = 4 \\ (x+y)^2 - 2\dfrac{x^2+1}{y} = 7 \end{cases}$. Đặt $u = \dfrac{x^2+1}{y}, v = x + y$ ta có hệ: $\begin{cases} u + v = 4 \\ v^2 - 2u = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 - v \\ v^2 + 2v - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v = 3, u = 1 \\ v = -5, u = 9 \end{array}\right.$	

		+) Với $v=3, u=1$ ta có hệ: $\begin{cases}x^2+1=y\\ x+y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+1=y\\ y=3-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+x-2=0\\ y=3-x\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1,\ y=2\\ x=-2,\ y=5\end{array}\right.$. +) Với $v=-5, u=9$ ta có hệ: $\begin{cases}x^2+1=9y\\ x+y=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+1=9y\\ y=-5-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+9x+46=0\\ y=-5-x\end{cases}$, hệ này vô nghiệm. KL: Vậy hệ đã cho có hai nghiệm: $(x;y)=\{(1;2),(-2;5)\}$.	

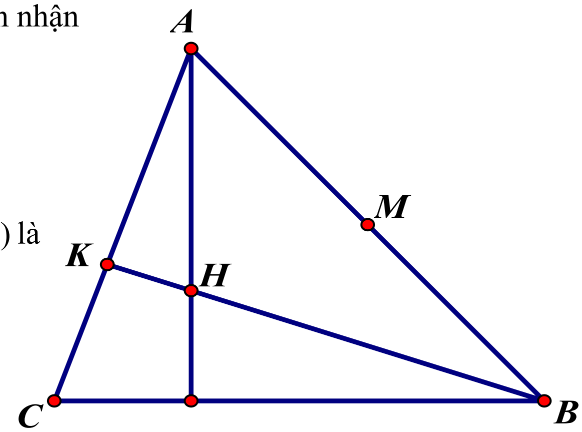
Câu	**Phần**	**Nội dung**	**Điểm**
III (1,0)		Đặt $x=\frac{\pi}{2}-t\Rightarrow dx=-dt,\ x=0\Rightarrow t=\frac{\pi}{2},\ x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=0.$ Suy ra: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{3\sin x-2\cos x}{(\sin x+\cos x)^3}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{3\cos t-2\sin t}{(\cos t+\sin t)^3}dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{3\cos x-2\sin x}{(\cos x+\sin x)^3}dx$ (Do tích phân không phụ thuộc vào kí hiệu cảu biến số). Suy ra: $2I=I+I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{3\sin x-2\cos x}{(\sin x+\cos x)^3}dx+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{3\cos x-2\sin x}{(\cos x+\sin x)^3}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{(\sin x+\cos x)^2}dx=$ $=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}dx=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}d\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}=1$. KL: Vậy $I=\frac{1}{2}$.	1,0

Câu	**Phần**	**Nội dung**	**Điểm**
IV (1,0)		+ Trong *mp(SAC)* kẻ *AG* cắt *SC* tại *M*, trong *mp(SBD)* kẻ *BG* cắt *SD* tại *N*. + Vì *G* là trọng tâm tam giác *ABC* nên dễ có $\frac{SG}{SO}=\frac{2}{3}$ suy ra *G* cũng là trọng tâm tam giác *SBD*. Từ đó suy ra *M, N* lần lượt là trung điểm của *SC, SD*.  + Dễ có: $V_{S.ABD}=V_{S.BCD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}V$. Theo công thức tỷ số thể tích ta có: $\frac{V_{S.ABN}}{V_{S.ABD}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SB}{SB}.\frac{SN}{SD}=1.1.\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{S.ABN}=\frac{1}{4}V$ $\frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BCD}}=\frac{SB}{SB}.\frac{SM}{SC}.\frac{SN}{SD}=1.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.ABN}=\frac{1}{8}V$ Từ đó suy ra: $V_{S.ABMN}=V_{S.ABN}+V_{S.BMN}=\frac{3}{8}V$. + Ta có: $V=\frac{1}{3}SA.dt(ABCD)$; mà theo giả thiết $SA\perp(ABCD)$ nên góc hợp bởi *AN* với *mp(ABCD)* chính là góc $\widehat{NAD}$, lại có *N* là trung điểm của *SC* nên tam giác *NAD* cân tại *N*, suy ra $\widehat{NAD}=\widehat{NDA}=30^0$. Suy ra: $AD=\frac{SA}{\tan 30^0}=a\sqrt{3}$. Suy ra: $V=\frac{1}{3}SA.dt(ABCD)=\frac{1}{3}a.a.a\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. Suy ra: thể tích cần tìm là: $V_{MNABCD}=V_{S.ABCD}-V_{S.ABMN}=V-\frac{3}{8}V=\frac{5}{8}V=\frac{5\sqrt{3}a^3}{24}$.	

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
V (1,0)		Áp dụng BĐT Cauchy cho 3 số dương ta có: $3 = ab+bc+ca \ge 3\sqrt[3]{(abc)^2} \Rightarrow abc \le 1$. Suy ra: $1+a^2(b+c) \ge abc+a^2(b+c) = a(ab+bc+ca) = 3a \Rightarrow \frac{1}{1+a^2(b+c)} \le \frac{1}{3a}$ (1). Tương tự ta có: $\frac{1}{1+b^2(c+a)} \le \frac{1}{3b}$ (2), $\frac{1}{1+c^2(a+b)} \le \frac{1}{3c}$ (3). Cộng (1), (2) và (3) theo vế với vế ta có: $\frac{1}{1+a^2(b+c)}+\frac{1}{1+b^2(c+a)}+\frac{1}{1+c^2(a+b)} \le \frac{1}{3}(\frac{1}{c}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}) = \frac{ab+bc+ca}{3abc} = \frac{1}{abc}$□. Dấu "=" xảy ẩ khi và chỉ khi $abc=1, ab+bc+ca=3 \Rightarrow a=b=c=1, (a,b,c>0)$.	1,0

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
VIa (2,0)	1(1,0)	+ Gọi tâm và bán kính của (*C*), (*C'*) lần lượt là *I*(1; 1) , *I'*(-2; 0) và $R=1, R'=3$, đường thẳng (*d*) qua *M* có phương trình $a(x-1)+b(y-0)=0 \Leftrightarrow ax+by-a=0, (a^2+b^2 \ne 0)(*)$. + Gọi *H, H'* lần lượt là trung điểm của *AM, AN.* Khi đó ta có: $MA=2MB \Leftrightarrow \sqrt{IA^2-IH^2} = 2\sqrt{I'A^2-I'H'^2} \Leftrightarrow 1-\left(d(I;d)\right)^2 = 4[4-\left(d(I';d)\right)^2]$ $\Leftrightarrow 4\left(d(I';d)\right)^2-\left(d(I;d)\right)^2 = 15 \Leftrightarrow 4.\frac{9a^2}{a^2+b^2}-\frac{b^2}{a^2+b^2}=15$ $\Leftrightarrow \frac{36a^2-b^2}{a^2+b^2}=15 \Leftrightarrow 21a^2=16b^2$ Dễ thấy $b \ne 0$ nên chọn $b=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=\frac{\sqrt{21}}{4} \\ a=-\frac{\sqrt{21}}{4} \end{array}\right.$. Thay vào (*) ta có hai đường thẳng thoả mãn.	1,0
	2(1,0)	+ Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;-2), \overrightarrow{AC}=(0;2;2).$ Suy ra phương trình mặt phẳng trung trực của *AB, AC* là: $x+y-z-1=0, y+z-3=0.$ + Vecto pháp tuyến của mp(*ABC*) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(8;-4;4).$ Suy ra (*ABC*): $2x-y+z+1=0$. + Giải hệ: $\begin{cases} x+y-z-1=0 \\ y+z-3=0 \\ 2x-y+z+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}$. Suy ra tâm đường tròn là $I(0;2;1)$. Bán kính là $R=IA=\sqrt{(-1-0)^2+(0-2)^2+(1-1)^2}=\sqrt{5}.$	

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
VII.a (1,0)		+ Ta có: $\left(x(1-3x)^{20}\right)' = a_0+2a_1x+3a_2x^2+...+21a_{20}x^{20}.$ $\Leftrightarrow (1-3x)^{20}-60x(1-3x)^{19} = a_0+2a_1x+3a_2x^2+...+21a_{20}x^{20}$ (*). Nhận thấy: $a_kx^k = \lvert a_k\rvert(-x)^k$ do đó thay $x=-1$ vào cả hai vế của (*) ta có: $S=\lvert a_0\rvert+2\lvert a_1\rvert+3\lvert a_2\rvert+...+21\lvert a_{20}\rvert=4^{22}.$	1,0

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
VIb (2,0)	1(1,0)	+ Đường thẳng AC vuông góc với HK nên nhận $\overrightarrow{HK}=(-1;2)$ làm vtpt và AC đi qua K nên $(AC): x-2y+4=0$. Ta cũng dễ có: $(BK): 2x+y-2=0$.  + Do $A\in AC, B\in BK$ nên giả sử $A(2a-4;\, a), B(b;\, 2-2b)$. Mặt khác $M(3;1)$ là trung điểm của AB nên ta có hệ: $\begin{cases}2a-4+b=6\\ a+2-2b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=10\\ a-2b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\ b=2\end{cases}$. Suy ra: $A(4;\,4), B(2;\,-2)$. + Suy ra: $\overrightarrow{AB}=(-2;-6)$, suy ra: $(AB): 3x-y-8=0$. + Đường thẳng BC qua B và vuông góc với AH nên nhận $\overrightarrow{HA}=(3;4)$, suy ra: $(BC): 3x+4y+2=0$. KL: Vậy : $(AC): x-2y+4=0$, $(AB): 3x-y-8=0$, $(BC): 3x+4y+2=0$.	1,0
	2(1,0)	+ $M, N\in(d_1),(d_2)$ nên ta giả sử $M(t_1;t_1;2t_1), N(-1-2t_2;t_2;1+t_2)\Rightarrow\overrightarrow{NM}=(t_1+2t_2+1;\, t_1-t_2;\, 2t_1-t_2-1)$. + MN song song mp(P) nên: $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{NM}=0\Leftrightarrow 1.(t_1+2t_2+1)-1.(t_1-t_2)+1(2t_1-t_2-1)=0$ $\Leftrightarrow t_2=-t_1\Rightarrow\overrightarrow{NM}=(-t_1+1;\, 2t_1;3t_1-1)$. + Ta có: $MN=\sqrt{2}\Leftrightarrow(-t_1+1)^2+(2t_1)^2+(3t_1-1)^2=2\Leftrightarrow 7t_1^2-4t_1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t_1=0\\ t_1=\frac{4}{7}\end{array}\right.$. + Suy ra: $M(0;0;0), N(-1;0;1)$ hoặc $M(\frac{4}{7};\frac{4}{7};\frac{8}{7}), N(\frac{1}{7};-\frac{4}{7};\frac{3}{7})$. + Kiểm tra lại thấy cả hai trường hợp trên không có trường hợp nào $M\in(P)$. KL: Vậy có hai cặp M, N như trên thoả mãn.	

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
VII.b (1,0)		+ Điều kiện: $\begin{cases}-xy-2x+y+2>0,\, x^2-2x+1>0,\, y+5>0,\, x+4>0\\ 0<1-x\neq 1,\, 0<2+y\neq 1\end{cases}(I)$. + Ta có: $(I)\Leftrightarrow\begin{cases}2\log_{1-x}[(1-x)(y+2)]+2\log_{2+y}(x-1)=6\\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4)\quad=1\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}\log_{1-x}(y+2)+\log_{2+y}(x-1)-2=0\ (1)\\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4)\quad=1\ (2).\end{cases}$ + Đặt $\log_{2+y}(x-1)=t$ thì (1) trở thành: $t+\frac{1}{t}-2=0\Leftrightarrow(t-1)^2=0\Leftrightarrow t=1$. Với $t=1$ ta có: $1-x=y+2\Leftrightarrow y=x+1\ (3)$. Thế vào (2) ta có: $\log_{1-x}(x+6)-\log_{1-x}(x+4)\quad=1\Leftrightarrow\log_{1-x}\frac{x+6}{x+4}=1\Leftrightarrow\frac{x+6}{x+4}=1-x\Leftrightarrow x^2+4x+2=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2+\sqrt{2}\\ x=-2-\sqrt{2}\end{array}\right.$. Suy ra: $\left[\begin{array}{l}y=-1+\sqrt{2}\\ x=-1-\sqrt{2}\end{array}\right.$. + Kiểm tra thấy thoả mãn điều kiện trên suy ra hệ có hai nghiệm: $(x;\, y0=\{(-2+\sqrt{2};-1+\sqrt{2}),(-2-\sqrt{2};-1-\sqrt{2})\}$.	1,0