TRUNG TÂM LUYỆN THI ĐẠI HỌC
THPT CHUYÊN LÝ TỰ TRỌNG CẦN THƠ

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2011
Môn thi: TOÁN; khối A
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể phát đề

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (*7 điểm*)

Câu I (*2 điểm*)

Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
2. Định m để phương trình sau có 4 nghiệm thực phân biệt:

$$|x|^3 - 3|x| = m^3 - 3m$$

Câu II (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: $\cot^4 x + 1 = \dfrac{(2-\sin^2 2x)(2\cos^2 x - \cos x)}{2\sin^4 x}$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2y + xy^2 + x - 5y = 0 \\ 2xy + y^2 - 5y + 1 = 0 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

Câu III (*1 điểm*)

Tính $\displaystyle\int \frac{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{8}\right)}{\sin 2x + \cos 2x + \sqrt{2}}\, dx$

Câu IV (*1 điểm*)

Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{ASC} = \widehat{ABC} = 90^0$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB), (SBC).

Câu V (*1 điểm*)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn: $a.b.c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$T = \frac{ab}{a+b+ab} + \frac{bc}{b+c+bc} + \frac{ca}{c+a+ca}$$

PHẦN TỰ CHỌN (3 *điểm*) - *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần* (*phần A hoặc phần B*)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (*2 điểm*)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(4;-1)$, $B(-3;-2)$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 42 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng Δ.
2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6; -6; 6)$, $B(4; 4; 4)$, $C(-2; 10; -2)$ và $S(-2; 2; 6)$. Chứng minh O, A, B, C là bốn đỉnh của một hình thoi và hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng ($OABC$) trùng với tâm I của $OABC$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và AC.

Câu VII.a (*1 điểm*)

Giải phương trình: $(2x+1)\log_3^2 x - (4x+9)\log_3 x + 14 = 0$

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (*2 điểm*)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có $A(1; 0)$, $B(3; 2)$ và $\widehat{ABC} = 120^0$. Xác định tọa độ hai đỉnh C và D.
2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm A, B, C lần lượt di động trên các tia Ox, Oy và Oz sao cho mặt phẳng (ABC) không đi qua O và luôn đi qua điểm $M(1; 2; 3)$. Xác định tọa độ các điểm A, B, C để thể tích khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu VII.b (*1 điểm*)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3^{2x+y+2} + 3^{x+2y} = 27^{x+y} + 9 \\ \log_3(x+1) + \log_3(y+1) = 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$

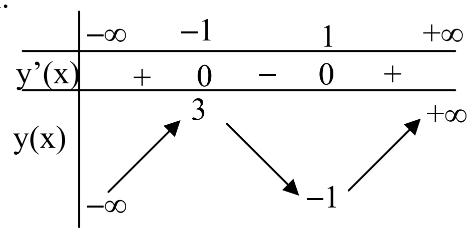
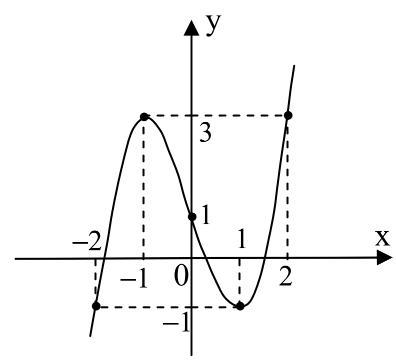
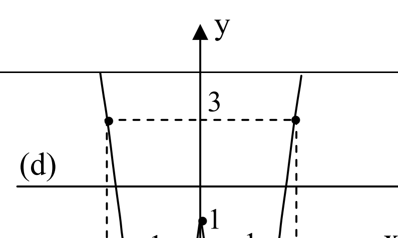
---------------Hết---------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

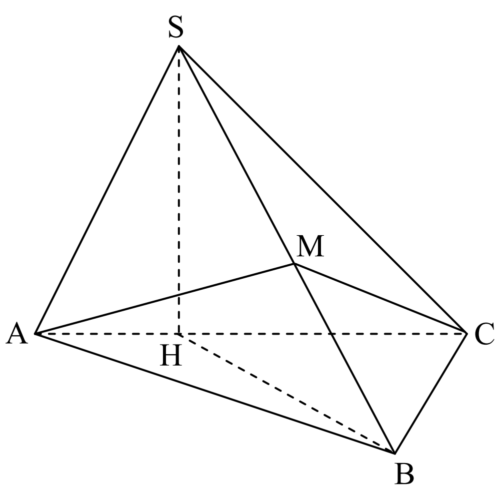
Họ và tên thí sinh:…………………………………………..Số báo danh……………

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Môn thi: TOÁN; khối: A

Câu	Đáp án	Điểm
I **(2,0 điểm)**	**1. (1,0 điểm)**	
	• Tập xác định: D = $\mathbb{R}$ • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3,\ y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1,\ y(-1) = 3,\ y(1) = -1$	**0,25**
	Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ - Cực trị: + Hàm số đạt cực tiểu tại x = 1 và $y_{CT} = y(1) = -1$; + Hàm số đạt cực đại tại x = -1 và $y_{CĐ} = y(-1) = 3$. - Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} = +\infty, \quad \lim\limits_{x \to +\infty} = -\infty$	**0,25**
	Bảng biến thiên: 	**0,25**
	$y'' = 6x,\ y'' = 0 \Leftrightarrow 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0, y(0) = 1$ $\Rightarrow$ điểm uốn I(0; 1) Đồ thị: đi qua các điểm $(-2; -1)$, $(2; 3)$ và nhận điểm uốn I(0; 1) là tâm đối xứng. 	**0,25**
	2. (1,0 điểm)	
	Phương trình đã cho là phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị (C') của hàm số: $y = \lvert x\rvert^3 - 3\lvert x\rvert + 1$ và đường thẳng (d): $y = m^3 - 3m + 1$ ((d) cùng phương với trục hoành) Xét hàm số: $y = \lvert x\rvert^3 - 3\lvert x\rvert + 1$, ta có: + Hàm số là một hàm chẵn nên (C') nhận trục Oy làm trục đối xứng, đồng thời $\forall x > 0$ thì $y = \lvert x\rvert^3 - 3\lvert x\rvert + 1 = x^3 - 3x + 1$	**0,25**
	Từ đó (C') được suy từ (C) như ở hình bên: 	**0,25**

	+ Dựa vào đồ thị (C') ta suy ra điều kiện của m để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt là: $-1 < m^3 - 3m + 1 < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^3 - 3m < 0 \\ m^3 - 3m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < m < -\sqrt{3} \\ \begin{cases} 0 < m < \sqrt{3} \\ m \neq 1 \end{cases} \end{array}\right.$	**0,5**
II **(2,0 điểm)**	**1. (1,0 điểm)**	
	1) ĐK: $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ Với ĐK trên phương trình đã cho tương đương với: $\cos^4 x + \sin^4 x = (2 - \sin^2 2x)(\cos^2 x - \frac{1}{2}\cos x)$ $\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = (2 - \sin^2 2x)(\cos^2 x - \frac{1}{2}\cos x)$	**0,25**
	$2 - \sin^2 2x = 2(2 - \sin^2 2x)(\cos^2 x - \frac{1}{2}\cos x) \Leftrightarrow 1 = 2\cos^2 x - \cos x$ $\Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = l2\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + l2\pi, (l \in Z) \end{array}\right.$	**0,25**
	So với điều kiện ta suy ra nghiệm của phương trình là $x = \pm \frac{2\pi}{3} + l2\pi, l \in \mathbb{Z}$	**0,25**
	2. (1,0 điểm)	
	Nhận xét: Hệ đã cho không có nghiệm (x; 0), nên tương đương với: $\begin{cases} x^2 + xy + \frac{x}{y} - 5 = 0 \\ 2x + y + \frac{1}{y} - 5 = 0 \end{cases}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)(x+\frac{1}{y}) = 6 \\ x + y + x + \frac{1}{y} = 5 \end{cases}$	**0,25**

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x+y=2 \\ x+\dfrac{1}{y}=3 \end{cases} \quad (I) \\ \begin{cases} x+y=3 \\ x+\dfrac{1}{y}=2 \end{cases} \quad (II)\end{array}\right.$$</td><td>**0,25**</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Giải các hệ (I), (II) ta được nghiệm của hệ là: $\left(\dfrac{5-\sqrt{5}}{2};\dfrac{\pm 1+\sqrt{5}}{2}\right);\left(\dfrac{5+\sqrt{5}}{2};\dfrac{\pm 1-\sqrt{5}}{2}\right)$</td><td>**0,25**</td></tr>
<tr><td>**III**
(1,0 điểm)</td><td colspan="2">$$\int \frac{\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{8}\right)}{\sin 2x+\cos 2x+\sqrt{2}}\,dx=\frac{1}{2\sqrt{2}}\int \frac{1+\cos(2x+\dfrac{\pi}{4})}{1+\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})}\,dx$$</td><td>**0,25**</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\int \frac{\cos(2x+\dfrac{\pi}{4})}{1+\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})}\,dx+\int \frac{dx}{\left[\sin(x+\dfrac{\pi}{8})+\cos(x+\dfrac{\pi}{8})\right]^2}\right)$$</td><td>**0,25**</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\int \frac{\cos(2x+\dfrac{\pi}{4})}{1+\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})}\,dx+\frac{1}{2}\int \frac{dx}{\sin^2(x+\dfrac{3\pi}{8})}\right)$$</td><td>**0,25**</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$$=\frac{1}{4\sqrt{2}}\left(\ln\left|1+\sin(2x+\frac{\pi}{4})\right|-\cot(x+\frac{3\pi}{8})\right)+C$$</td><td>**0,25**</td></tr>
<tr><td>**IV**
(1,0 điểm)</td><td rowspan="2"></td><td>+ Kẻ SH vuông góc AC (H ∈ AC) ⇒ SH ⊥ (ABC)
$\Rightarrow\ SC=BC=a\sqrt{3},\ SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2},$
$S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$
$\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH=\dfrac{a^3}{4}$</td><td>**0,25**</td></tr>
<tr><td></td><td>+ Gọi M là trung điểm SB và φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC).
Ta có: SA = AB = a, $SC=BC=a\sqrt{3}$
⇒ AM ⊥ SB và CM ⊥ SB
$\Rightarrow\ \cos\varphi=\left|\cos\widehat{AMC}\right|$</td><td>**0,25**</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">+ ΔSAC = ΔBAC ⇒ $SH=BH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SB=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$</td><td>**0,25**</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">AM là trung tuyến ΔSAB nên: $AM^2=\dfrac{2AS^2+2AB^2-SB^2}{4}=\dfrac{10a^2}{16}\ \Rightarrow AM=\dfrac{a\sqrt{10}}{4}$</td><td>**0,25**</td></tr>
</table>

	Tương tự: $CM = \dfrac{a\sqrt{42}}{4} \Rightarrow \cos\widehat{AMC} = \dfrac{AM^2 + CM^2 - AC^2}{2.AM.CM} = -\dfrac{\sqrt{105}}{35}$ Vậy: $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{105}}{35}$	
V (1,0 điểm)	Đặt $a = \dfrac{1}{x}, b = \dfrac{1}{y}, c = \dfrac{1}{z}$. Khi đó theo giả thiết ta có *x, y, z* là 3 số thực dương thỏa mãn: $xyz = 1$ và biểu thức T được viết lại: $T = \dfrac{1}{x+y+1} + \dfrac{1}{y+z+1} + \dfrac{1}{z+x+1}$	**0,25**
	Ta luôn có Bđt thức đúng: $\left(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}\right)^2 \ge 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2} \ge \sqrt[3]{xy}$ $\Rightarrow x + y + 1 = \left(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}\right)\left(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}\right) + 1 \ge \left(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}\right)\sqrt[3]{xy} + 1$ $\Rightarrow x + y + 1 \ge \sqrt[3]{xy}\left(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z}\right)$ $\Rightarrow \dfrac{1}{x+y+1} \le \dfrac{\sqrt[3]{z}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z}}$ (1)	**0,25**
	Tương tự: $\dfrac{1}{y+z+1} \le \dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z}}$ (2); $\dfrac{1}{z+x+1} \le \dfrac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z}}$ (3)	**0,25**
	Cộng vế theo vế các bđt (1), (2), (3) ta được: $T \le 1$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = 1$ hay $a = b = c = 1$ Vậy $T_{\max} = 1$ đạt được khi $a = b = c = 1$	**0,25**
VI.a (2,0 điểm)	**1. (1,0 điểm)**	
	Gọi I(a;b) là tâm và R là bán kính của (C) $AI^2 = BI^2 \Leftrightarrow 7a + b = 2$ (1)	**0,25**
	$BI^2 = d^2(I,\Delta) \Leftrightarrow (a + 3)^2 + (b + 2)^2 = \dfrac{(3a+4b+42)^2}{25}$ (2)	**0,25**
	Giải hệ phương trình gồm (1) và (2) ta được I(1;-5) hoặc I(-3;23)	**0,25**
	+ I(1; -5) $\Rightarrow$ R = 5 (C): $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 25$ + I(-3; 23) $\Rightarrow$ R = 25 (C): $(x + 3)^2 + (y - 23)^2 = 625$	**0,25**
	2. (1,0 điểm)	
	Ta có: + Các đoạn *OB* và *AC* đều nhận *I*(2; 2; 2) làm trung điểm (1) + $\overrightarrow{AC} = (-8; 16; -8), \overrightarrow{OB} = (4; 4; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{OB} = -32 + 64 - 32 = 0 \Rightarrow AC \perp OB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra *O, A, B, C* là 4 đỉnh của hình thoi OABC	**0,50**
	+ $\overrightarrow{SI} = (4; 0; -4)$; $\begin{cases} \overrightarrow{SI}.\overrightarrow{AC} = -32 + 32 = 0 \\ \overrightarrow{SI}.\overrightarrow{OB} = 16 - 16 = 0 \end{cases} \Rightarrow SI \perp (OABC)$ + Do *OABC* là hình thoi và $SI \perp (OABC)$ nên: $\begin{cases} AC \perp OB \\ AC \perp SI \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SOB)$	**0,25**

	Từ đó trong mp(SOB) nếu kẻ $IH \perp SO$ tại H thì $IH \perp AC$ tại H. Vậy IH là đoạn vuông góc chung của SO và AC $\Rightarrow d(SO,\ AC) = IH = \dfrac{SI.OI}{SO} = \dfrac{4\sqrt{2}.2\sqrt{3}}{2\sqrt{11}} = \dfrac{4\sqrt{66}}{11}$	**0,25**
	Ghi chú: Có thể dùng công thức: $d(SO, AC) = \dfrac{\lvert[\overrightarrow{SO},\ \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{OI}\rvert}{\lvert[\overrightarrow{SO},\ \overrightarrow{AC}]\rvert}$	**0,50**
VII.a (1,0 điểm)	ĐK: x > 0. Đặt: $t = \log_3 x$, phương trình trở thành: $(2x+1)t^2 - (4x+9)t + 14 = 0$ (1)	**0,25**
	Do $2x+1 \neq 0, \forall x > 0$ nên có thể xem pt (1) là pt bậc 2 ẩn t, ta có: $\Delta' = (4x+9)^2 - 56(2x+1) = (4x-5)^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \lvert 4x-5 \rvert$ $\Rightarrow$ pt (1) có các nghiệm : $t = 2$; $t = \dfrac{7}{2x+1}$	**0,25**
	+ Với t = 2 ta được pt: $\log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 9$	**0,25**
	+ Với $t = \dfrac{7}{2x+1}$ ta được pt: $\log_3 x = \dfrac{7}{2x+1} \Leftrightarrow \log_3 x - \dfrac{7}{2x+1} = 0$ Xét hàm số: $f(x) = \log_3 x - \dfrac{7}{2x+1}$, TXĐ : $D = (0;+\infty)$ $f'(x) = \dfrac{1}{x.\ln 3} + \dfrac{14}{(2x+1)^2} > 0,\ \forall x > 0$ $\Rightarrow$ Hàm số f là một hàm đồng biến trên $D = (0;+\infty)$. Mặt khác $f(3) = 0 \Rightarrow x = 3$ là nghiệm duy nhất của pt trên D Vậy phương trình có đúng 2 nghiệm $x = 9$, $x = 3$	**0,25**
VI.b (2,0 điểm)	**1.(1,0 điểm)**	
	Từ giả thiết suy ra ΔABD đều. Ta có : $\overrightarrow{AB} = (2;\ 2)$, trung điểm của AB là $M(2;1)$ $\Rightarrow$ pt trung trực của đoạn AB: $x + y - 3 = 0$	**0,25**
	D thuộc trung trực của $AB \Rightarrow D(t;\ 3 - t)$	**0,25**
	+ ABCD là hình thoi nên: $AD = AB \Leftrightarrow (t-1)^2 + (3-t)^2 = 8 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$	**0,25**
	+ $t = 2+\sqrt{3} \Rightarrow D(2+\sqrt{3};1-\sqrt{3}),\ C(\sqrt{3};-1-\sqrt{3})$ + $t = 2-\sqrt{3} \Rightarrow D(2-\sqrt{3};1+\sqrt{3}),\ C(-\sqrt{3};-1+\sqrt{3})$	**0,25**
	2.(1,0 điểm)	
	Từ giả thiết ta suy ra tọa độ các điểm A, B, C định bởi: $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó a, b, c là các số thực dương $\Rightarrow$ phương trình mp(ABC): $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$	**0,25**
	+ M(1, 2, 3) $\in$ mp(ABC) nên: $\dfrac{1}{a} + \dfrac{2}{b} + \dfrac{3}{c} = 1$ + Thể tích của khối tứ diện OABC được tính bởi: $V = \dfrac{1}{6}OA.OB.OC = \dfrac{1}{6}a.b.c$	**0,25**
	+ Theo bđt CauChy: $1 = \dfrac{1}{a} + \dfrac{2}{b} + \dfrac{3}{c} \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{a}.\dfrac{2}{b}.\dfrac{3}{c}} \Rightarrow a.b.c \geq 162 \Rightarrow V \geq 27$	**0,25**

	Đẳng thức xảy ra khi $\frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}=\frac{1}{3}$ hay $a=3;=6;\ c=9$ Vậy $V_{\max}=27$ đạt được khi $A(3;0;0),\ B(0;6;0),\ C(0;0;9)$	**0,25**
VII.b (1,0 điểm)	ĐK: $x>-1,\ y>-1$. Khi đó hệ tương đương: $\begin{cases}3.3^{2x+y+1}+3.3^{x+2y-1}=3^{3(x+y)}+9 & (1)\\ (x+1)(y+1)=3\end{cases}$	**0,25**
	Đặt: $u=3^{2x+y+1}$, $v=3^{x+2y-1}$, ĐK: $u>0, v>0$ Phương trình (1) trở thành: $3u+3v=uv+9 \Leftrightarrow (u-3)(v-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}u=3\\ v=3\end{array}\right.$ (thỏa ĐK)	**0,25**
	TH1: Với $u=3$, ta có hệ: $\begin{cases}3^{2x+y+1}=3\\ (x+1)(y+1)=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-2x\\ 2x^2+x+2=0\end{cases} \Rightarrow$ VN	**0,25**
	TH2: Với $v=3$, ta có hệ: $\begin{cases}3^{x+2y-1}=3\\ (x+1)(y+1)=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2-2y\\ 2y^2-y=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2\\ y=0\end{cases}\\ \begin{cases}x=1\\ y=\frac{1}{2}\end{cases}\end{array}\right.$ So với ĐK ta nhận cả 2 nghiệm: $(2;\ 0)$, $\left(1;\ \frac{1}{2}\right)$ Tóm lại hệ phương trình có 2 nghiệm: $(2;\ 0)$, $\left(1;\ \frac{1}{2}\right)$	**0,25**

---------------**Hết**---------------