ĐỀ THI MẪU MÔN TOÁN
THI TUYỂN SINH ĐH, CĐ KHỐI B, D - 2009

(Thời gian làm bài: 180 phút)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (*7,0 điểm*)

Câu I *(2,0 điểm).*

Cho hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x-2}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=2x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt mà hai tiếp tuyến của (C) tại hai điểm đó song song với nhau.

Câu II *(2,0 điểm).*

1. Giải phương trình:

$$(1+2\cos 3x)\sin x + \sin 2x = 2\sin^2(2x+\frac{\pi}{4}).$$

2. Giải phương trình:

$$\log_2|x-2| + \log_2|x+5| + \log_2 8 = 0.$$

Câu III (*1,0 điểm*).

Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \dfrac{x\ln^2(x^2+1)}{x^2+1}$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = \sqrt{e-1}$.

Câu IV *(1,0 điểm).*

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $AA' = 2a$ và đường thẳng AA' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc bằng 60^0. Tính thể tích khối tứ diện $ACA'B'$ theo a.

Câu V *(1,0 điểm).*

Tìm tất cả các giá trị của tham số a để bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 1 \le a(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})^3$ có nghiệm.

II. PHẦN RIÊNG (*3,0 điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2).

1. Theo chương trình Chuẩn:

Câu VI.a ***(2,0 điểm).***

Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng *d* có phương trình: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-3}{4}$ và mặt phẳng (*P*) có phương trình: $3x-2y-z+5=0$.

1. Tính khoảng cách giữa đường thẳng *d* và mặt phẳng (*P*).
2. Ký hiệu *l* là hình chiếu vuông góc của *d* trên (*P*). Viết phương trình tham số của đường thẳng *l*.

Câu VII.a ***(1,0 điểm).***

Tìm các số thực *x*,*y* thỏa mãn đẳng thức:

$x(3+5i)+y(1-2i)^3=9+14i.$

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b ***(2,0 điểm).***

Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng *d* có phương trình: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-3}{4}$ và mặt phẳng (*P*) có phương trình: $3x-2y-z+5=0$.

1. Tính khoảng cách giữa đường thẳng *d* và mặt phẳng (*P*).

2. Ký hiệu *l* là giao tuyến của (*P*) và mặt phẳng chứa *d*, vuông góc với (*P*). Viết phương trình chính tắc của đường thẳng *l*.

Câu VII.b ***(1,0 điểm).***

Cho số phức $z=1+\sqrt{3}i$. Hãy viết dạng lượng giác của số phức z^5.

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	***Đáp án***	***Điểm***
I (*2,0 điểm*)	**1.** ***(1,25 điểm)***	

<table>
<tr><td></td><td>

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

• Chiều biến thiên: $y' = \dfrac{-7}{(x-2)^2} < 0\ \forall x \in D.$

Suy ra, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

• Cực trị: Hàm số không có cực trị.

</td><td>

0,50

</td></tr>
<tr><td></td><td>

• Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = 2;\ \lim\limits_{x\to2^+} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to2^-} y = -\infty.$

Suy ra, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng

x = 2, và một tiệm cận ngang là đường thẳng *y = 2*.

</td><td>

0,25

</td></tr>
<tr><td></td><td>

• Bảng biến thiên:

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>||</td><td>$-$</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td>2 ↘ $-\infty$</td><td></td><td>||</td><td>$+\infty$ ↘ 2</td><td></td></tr>
</table>

</td><td>

0,25

</td></tr>
<tr><td></td><td>

• Đồ thị (C):

- Đồ thị cắt trục tung tại điểm $\left(0; -\dfrac{3}{2}\right)$

Và cắt trục hoành tại điểm $\left(-\dfrac{3}{2}; 0\right)$.

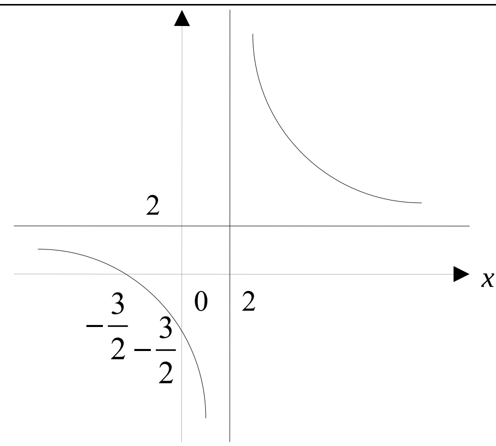
- Đồ thị nhận điểm (2; 2) (là giao điểm của hai đường tiệm cận) làm tâm đối xứng.

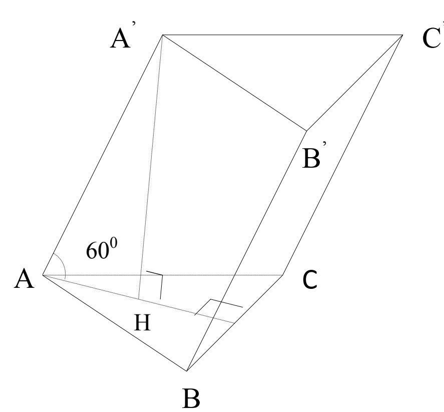
</td><td>

0,25

</td></tr>
</table>

y

		
	2. ***(0,75 điểm)***	
	Đường thẳng $y = 2x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt mà tiếp tuyến của (C) tại hai điểm đó song song với nhau. $\Leftrightarrow$ phương trình (ẩn x) $\frac{2x+3}{x-2} = 2x+m$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $y'(x_1) = y'(x_2)$ (với y là hàm số đã cho) $\Leftrightarrow$ phương trình (ẩn x) $2x^2 + (m - 6)x - 2m - 3 = 0$ *(1)* có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 (hiển nhiên x = 2 không là nghiệm của (1)) và thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 = 4$ (do $y'(x_1) = y'(x_2)$)	***0,50***
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m-6)^2 + 8(2m+3) > 0 \\ \frac{6-m}{2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$	***0,25***
II ***(2,0 điểm)***	**1.** ***(1,0 điểm)***	
	Phương trình đã cho tương đương với phương trình: $\sin x + \sin 4x - \sin 2x + \sin 2x = 1 - \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)$	***0,50***
	$\Leftrightarrow \sin x + \sin 4x = 1 + \sin 4x \Leftrightarrow \sin x = 1$	***0,25***
	$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.	***0,25***

	2. ***(1,0 điểm)***	
	Điều kiện: $x \neq 2$ *và* $x \neq -5$. Với điều kiện đó, phương trình đã cho tương đương với phương trình: $\log_2\left(\lvert x-2\rvert.\lvert x+5\rvert\right)=\log_2 8$ $\Leftrightarrow \lvert x^2+3x-10\rvert=8$	***0,50***
	$\left(x^2+3x-18\right)\left(x^2+3x-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+3x-18=0 \\ x^2+3x-2=0 \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow x=-6 \vee x=3 \vee x=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{2}.$	***0,50***
III ***(1,0 điểm)***	Ký hiệu *S* là diện tích cần tính. Vì $\dfrac{x\ln^2(x^2+1)}{x^2+1}\geq 0$ $\forall x\in\left[0;\sqrt{e-1}\right]$ *nên* $S=\int\limits_0^{\sqrt{e-1}}\dfrac{x\ln^2(x^2+1)}{x^2+1}dx.$	***0,25***
	Đặt $\ln(x^2+1)=t$, ta có $\dfrac{2xdx}{x^2+1}=dt$. Khi $x=0$ thì $t=0$, và khi $x=\sqrt{e-1}$ *thì* t=1.	***0,50***
	Vì vậy, $S=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 t^2dt=\dfrac{1}{6}t^3\Big\vert_0^1=\dfrac{1}{6}.$	***0,25***
IV ***(1,0 điểm)***	Ký hiệu *h* và *V* tương ứng là chiều cao và thể tích của khối lăng trụ đã cho. Ta có: 	***0,50***

	$V_{ACA'B'} = \frac{1}{2} V_{B'.ACC'A'}$ $= \frac{1}{2}(V - V_{B'ABC})$ $= \frac{1}{2}\left(V - \frac{1}{3} h.S_{ABC}\right)$ $= \frac{1}{2}\left(V - \frac{1}{3} V\right) = \frac{V}{3}.$	
	Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC), ta có $A'H = h$ và $\widehat{A'AH} = 60^\circ$. Suy ra: $h = AA'.\sin 60^\circ = a\sqrt{3}.$ Do đó, $V = h.S_{ABC} = a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}.$ Vì vậy, $V_{ACA'B'} = \frac{a^3}{4}.$	***0,50***
V *(1,0 điểm)*	Điều kiện: $x \geq 1$. Với điều kiện đó bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình: $\frac{x^3 + 3x^2 - 1}{\left(\sqrt{x} - \sqrt{x-1}\right)^3} \leq a$ $\Leftrightarrow \left(x^3 + 3x^2 - 1\right)\left(\sqrt{x} + \sqrt{x-1}\right)^3 \leq a.(*)$	***0,50***
	Ta nhận thấy, hàm số: $f(x) = \left(x^3 + 3x^2 - 1\right)\left(\sqrt{x} + \sqrt{x-1}\right)^3$ Đồng biến trên [1; +∞]. Suy ra: $f(x) \geq f(1) = 3 \ \forall x \geq 1$. Vì thế, tồn tại $x \geq 1$ thỏa mãn (*), hay bất phương trình đã cho có nghiệm, khi và chỉ khi	***0,50***

	$a \geq \min\limits_{x\geq 1} f(x) = f(1) = 3.$	
VI.a ***(2,0 điểm)***	**1.** ***(1,0 điểm)***	
	Ta có: + $A(1;\, 7;\, 3) \in d$ và $\vec{u} = (2;1;4)$ là một vectơ chỉ phương của *d*. + $\vec{n} = (3;-2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của (*P*).	***0,25***
	Mà $\vec{u}.\vec{n} = 2.3 - 1.2 - 4.1 = 0$ và A $\notin$ (P) (do 3.1 – 2.7 – 1.3 +5 ≠ 0) nên $d \,/\!/\, (P)$.	***0,25***
	Do đó, khoảng cách h giữa *d* và (*P*) chính bằng khoảng cách từ *A* đến (*P*).	***0,25***
	Vì vậy, $h = \dfrac{\lvert 3.1 - 2.7 - 3 + 5 \rvert}{\sqrt{9+4+1}} = \dfrac{9\sqrt{14}}{14}.$	***0,25***
	2. ***(1,0 điểm)***	
	Ta có đường thẳng *d* đi qua điểm *A*(1; 7; 3) và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;4).$ Gọi d' là đường thẳng đi qua *A* và vuông góc với (*P*). Do $\vec{n} = (3;-2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của (*P*) nên $\vec{n}$ là một vectơ chỉ phương của d'. Suy ra, phương trình của d' là: $$\frac{x-1}{3} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-3}{-1}.$$	***0,25***
	Gọi A' là giao điểm của d' và (*P*), ta có $A' \in l$. Tọa độ của A' là nghiệm của hệ: $$\begin{cases} \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-7}{-2} = \dfrac{z-3}{-1} \\ 3x - 2y - z + 5 = 0 \end{cases}$$ Giải hệ trên ta được: $x = \dfrac{41}{14}, y = \dfrac{40}{7}, z = \dfrac{33}{14}.$	***0,50***

	Hơn nữa, vì d // (P) nên d // l. Vì vậy, $\vec{u} = (2;1;4)$ là một vectơ chỉ phương của l.	
	Từ đó, phương trình tham số của l là: $\begin{cases} x = \dfrac{41}{14} + 2t \\ y = \dfrac{40}{7} + t \\ z = \dfrac{33}{14} + 4t. \end{cases}$	***0,25***
VII.a ***(1,0 điểm)***	Ta có: $x(3+5i) + y(1-2i)^3 = x(3+5i) + y(-11+2i)$ $= (3x - 11y) + (5x + 2y)i.$	***0,50***
	Vì thế, x và y là các số thực thỏa mãn đề bài khi và chỉ khi x,y là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x - 11y = 9 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases}$	***0,25***
	Giải hệ trên, ta được: $x = \dfrac{172}{61}$ và $y = -\dfrac{3}{61}$.	***0,25***
VI.b ***(2,0 điểm)***	**1.** ***(1,0 điểm)*** Xem phần 1 của Câu VI.a.	
	2. ***(1,0 điểm)***	
	Ta có đường thẳng d đi qua điểm $A(1;\ 7;\ 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;4)$. Gọi d' là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P), ta có d' nằm trong mặt phẳng chứa d, vuông góc với (P). Vì thế giao điểm A' của d' và (P) nằm trên l. Do $\vec{n} = (3;-2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) nên $\vec{n}$ là một vectơ chỉ phương của d'. Suy ra, phương trình của d' là: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-7}{-2} = \dfrac{z-3}{-1}.$	***0,25***
	Do đó, tọa độ của A' là nghiệm của hệ:	

	$\begin{cases} \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-7}{-2} = \dfrac{z-3}{-1} \\ 3x - 2y - z + 5 = 0 \end{cases}$ Giải hệ trên ta được: $x = \dfrac{41}{14}, y = \dfrac{40}{7}, z = \dfrac{33}{14}$. Hơn nữa, vì *d* // (*P*) nên *d* // *l*. Vì vậy, $\vec{u} = (2;1;4)$ là một vectơ chỉ phương của *l*.	***0,50***
	Từ đó, phương trình chính tắc của *l* là: $\dfrac{x - \dfrac{41}{14}}{2} = \dfrac{y - \dfrac{40}{7}}{1} = \dfrac{z - \dfrac{33}{14}}{4}$.	***0,25***
VII.b ***(1,0 điểm)***	Dạng lượng giác của z là: $z = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$.	***0,50***
	Từ đó, theo công thức Moa – vrơ, ta có dạng lượng giác của z^5 là: $z^5 = 32\left(\cos\dfrac{5\pi}{3} + i\sin\dfrac{5\pi}{3}\right)$ $= 32\left[\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right]$.	***0,50***

Nguồn: Cục Khảo thí và Kiểm định chất lượng giáo dục (Bộ GD-ĐT).

Hướng dẫn: Trung tâm Luyện thi Vĩnh Viễn.