

Câu I.

Cho hàm

$$y = \frac{x^2 + x - 3}{x + 2}.$$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- 2) Từ kết quả đó, hãy suy ra cách vẽ đồ thị của hàm số

$$y = \frac{x^2 + x - 3}{|x + 2|}.$$

- 3) Tìm các điểm thuộc trục hoành sao cho từ mỗi điểm ấy có thể vẽ được đúng một tiếp tuyến với đồ thị ở phần 1).

Câu II.

- 1) Chứng minh rằng nếu a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác, thì ta có

$$a(b - c)^2 + b(c - a)^2 + c(a + b)^2 > a^3 + b^3 + c^3.$$

- 2) Tìm mọi cặp số x, y thỏa mãn phương trình

$$\left(\cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x}\right)^2 + \left(\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)^2 = 12 + \frac{1}{2} \sin y.$$

Câu III.

- 1) Giải và biện luận phương trình

$${}^3\sqrt{(x + a)^2} + m {}^3\sqrt{(x - a)^2} = (m + 1) {}^3\sqrt{x^2 - a^2}$$

theo c, c tham sè a, m.

- 2) Chứng minh rằng nếu x, y, z thỏa mãn điều kiện

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1,$$

thì ta có $-\frac{1}{2} \leq xy + yz + zx \leq 1$.

Câu Va.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ trục chuẩn, cho đường thẳng (Δ) có phương trình

$$2x - y - 1 = 0,$$

và cho 5 điểm : $A(0, -1)$, $B(2, 3)$, $C(\frac{1}{2}, 0)$, $E(1, 6)$, $F(-3, -4)$.

1) Kiểm nghiệm rằng các điểm A, B, C thuộc đường thẳng (Δ) . Tìm trên (Δ) điểm D sao cho 4 điểm A, B, C, D lập thành hàng điểm điều hòa.

2) Tìm điểm M trên (Δ) sao cho vectơ $\vec{EM} + \vec{FM}$ có độ dài nhỏ nhất.

Câu IVb.

Cho góc tam diện $Sxyz$ đỉnh S , với $\hat{xSy} = 120^\circ$, $\hat{ySz} = 60^\circ$, $\hat{zSx} = 90^\circ$.

Trên các tia Sx, Sy, Sz theo thứ tự lấy các điểm A, B, C sao cho

$$SA = SB = SC = a.$$

- 1) Chứng tỏ rằng ABC là một tam giác vuông.
- 2) Xác định hình chiếu vuông góc H của S lên mặt phẳng (ABC) .
- 3) Tính bán kính hình cầu nội tiếp của tứ diện $SABC$.
- 4) Tính các góc phẳng các nhị diện cạnh AB, BC, CA trong tứ diện $SABC$.