

Câu I.

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x + xy + y = 2 \end{cases}$$

2) Cho $a \geq 1, b \geq 1$. Chứng minh

$$\sqrt{\log_2 a} + \sqrt{\log_2 b} \leq 2\sqrt{\log_2 \left(\frac{a+b}{2} \right)}.$$

Câu II.

1) Xác định p sao cho hàm số

$$y = \frac{-x^2 + 3x + p}{x - 4}$$

có giá trị cực đại M và giá trị cực tiểu m, với $m - M = 4$.

2) Với những giá trị nào của m thì hàm số

$$y = lx^2 - 5x + 4l + mx$$

có giá trị nhỏ nhất lớn hơn 1?

Câu III.

1) Với những giá trị nào của m thì phương trình sau đây có nghiệm:

$$\frac{3}{\sin^2 x} + 3 \operatorname{tg}^2 x + m(\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x) - 1 = 0.$$

2) Xác định m để hàm số sau đây luôn luôn nghịch biến:

$$y = (m - 3)x - (2m + 1)\cos x.$$

Câu Iva.

a, b là 2 số cố định. Chứng minh rằng

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_a^b e^{x^2} \sin nx \, dx = 0.$$

Câu IVb.

Trong mặt phẳng (P), cho đường tròn (K) và một điểm H nằm bên trong đường tròn ấy. Dụng đoạn HS vuông góc với (P). Xét hai dây cung AC và BD của đường tròn (K), đi qua H. Gọi A', B', C', D' là hình chiếu vuông góc của H lên SA, SB, SC, SD.

- 1) Chứng tỏ rằng 4 điểm A', B', C', D' nằm trên cùng một mặt phẳng, và A'B'C'D' là một tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng tỏ rằng khi các dây cung AC và BD quay quanh H, thì (A'B'C'D') là một mặt phẳng cố định.