

Câu I.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$$

2) Tìm trên trục Oy các điểm từ đó có thể kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị (C).

3) Xác định a để đồ thị (C) tiếp xúc với parabol $y = x^2 + a$.

Câu II.

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + xy = m \\ x^2 + y^2 = m \end{cases}$$

1) Giải hệ với $m = 5$.

2) Với giá trị nào của m thì hệ có nghiệm?

Câu III.

1) Cho bất phương trình

$$x^2 + 2x(\cos y + \sin y) + 1 \geq 0.$$

Tìm x để bất phương trình đ ợc nghiệm đúng với mọi y .

2) Giải phương trình lượng giác

$$\sin^2 x (\operatorname{tg} x + 1) = 3 \sin x (\cos x - \sin x) + 3$$

Câu IVa.

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Đê các vuông góc, cho elip

$$E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1,$$

và hai đường thẳng

$$(D) : ax - by = 0, \quad (D') : bx + ay = 0,$$

với $a^2 + b^2 > 0$.

- 1) Xác định các giao điểm M, N của (D) với (E), và các giao điểm P, Q của (D') với (E).
- 2) Tính theo a, b diện tích tứ giác MPNQ.
- 3) Tìm điều kiện đối với a, b, để diện tích ấy lớn nhất.
- 4) Tìm điều kiện đối với a, b, để diện tích ấy nhỏ nhất.

Câu IVb. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác ABC với cả ba góc nhọn. Trên đường thẳng (d) vuông góc với mặt phẳng (P) tại A, lấy một điểm M. Dựng $BN \perp CM, BH \perp CM$. Đường thẳng KH cắt (d) tại N.

- 1) Chứng minh : $BN \perp CM$
- 2) Chứng minh : $BM \perp CN$
- 3) Hãy chỉ cách dựng điểm M trên (d) sao cho đoạn MN ngắn nhất.