

Câu I. Cho hàm số

$$y = -\frac{x^2 \cos \alpha + 2x \sin \alpha + 1}{x + 2}.$$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $\alpha = 0$.
- 2) Xác định α để đường tròn có tâm ở gốc tọa độ và tiếp xúc với tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có bán kính lớn nhất.

Câu II. 1) Tìm tổng tất cả các nghiệm x của phương trình

$$2\cos^2 x + \cot^2 x = \frac{\sin^3 x + 1}{\sin^2 x}$$

thỏa mãn điều kiện : $2 \leq x \leq 40$.

2) Tìm x để phương trình

$$\log_2(a^2 x^3 - 5a^2 x^2 + \sqrt{6-x}) = \log_{2+a^2}(3 - \sqrt{x-1})$$

được nghiệm đúng với mọi a .

Câu III. 1) Các số a, b, c, d theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng nếu lấy số m sao cho

$2m \geq |ad - bc|$, thì ta có với mọi x

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) + m^2 \geq 0.$$

2) a, b, c là các độ dài cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng

$$\frac{x^2 \cos \alpha + 2x \sin \alpha + 1}{x + 2}.$$

$$\left| \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} - \frac{a}{c} - \frac{c}{b} - \frac{b}{a} \right| < 1.$$

Câu IVa.

Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin(\alpha + x)}{\cos^2 x}$.

Câu Va.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ trục chuẩn xOy , cho họ đường tròn (C) có phương trình

$$(C) : x^2 + y^2 - (m - 2)x + 2my - 1 = 0.$$

- 1) Tìm tập hợp tâm các đường tròn (C) .
- 2) Chứng tỏ rằng khi m thay đổi, các đường tròn (C) đều đi qua một điểm cố định.
- 3) Cho $m = -2$ và điểm $A(0, -1)$. Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ điểm A .

Câu IVb.

Cho tứ diện $SABC$ có các mặt SBC và ABC là tam giác đều cạnh a , và $SA = a\sqrt{2}$.

- 1) Tính bán kính hình cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$.
- 2) Gọi O là trung điểm cạnh BC . Kéo dài AO một đoạn $OD = OA$. Tính các cạnh của tứ diện $SBCD$.
- 3) Qua D dựng mặt phẳng (R) song song với BC sao cho góc nhọn tạo bởi BD và (R) bằng 30° . Tính diện tích thiết diện do (R) cắt tứ diện $SBCD$.