

Câu I. Cho hàm số

$$y = -\frac{x^2 \cos \alpha + 2x \sin \alpha + 1}{x + 2}.$$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi  $\alpha = 0$ .
- 2) Xác định  $\alpha$  để đường tròn có tâm ở gốc tọa độ và tiếp xúc với tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có bán kính lớn nhất.

Câu II. 1) Tìm tổng tất cả các nghiệm  $x$  của phương trình

$$2\cos^2 x + \cot^2 x = \frac{\sin^3 x + 1}{\sin^2 x}$$

thỏa mãn điều kiện :  $2 \leq x \leq 40$ .

2) Tìm  $x$  để phương trình

$$\log_2(a^2 x^3 - 5a^2 x^2 + \sqrt{6-x}) = \log_{2+a^2}(3 - \sqrt{x-1})$$

được nghiệm đúng với mọi  $a$ .

Câu III. 1) Các số  $a, b, c, d$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng nếu lấy số  $m$  sao cho

$2m \geq |ad - bc|$ , thì ta có với mọi  $x$

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) + m^2 \geq 0.$$

2)  $a, b, c$  là các độ dài cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng

$$\frac{x^2 \cos \alpha + 2x \sin \alpha + 1}{x + 2}.$$

$$\left| \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} - \frac{a}{c} - \frac{c}{b} - \frac{b}{a} \right| < 1.$$

Câu IVa.

Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\sin(\alpha + x)}{\cos^2 x}$ .

Câu Va.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ trục chuẩn  $xOy$ , cho họ đường tròn  $(C)$  có phương trình

$$(C) : x^2 + y^2 - (m - 2)x + 2my - 1 = 0.$$

- 1) Tìm tập hợp tâm các đường tròn  $(C)$ .
- 2) Chứng tỏ rằng khi  $m$  thay đổi, các đường tròn  $(C)$  đều đi qua một điểm cố định.
- 3) Cho  $m = -2$  và điểm  $A(0, -1)$ . Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn  $(C)$  kẻ từ điểm  $A$ .

Câu IVb.

Cho tứ diện  $SABC$  có các mặt  $SBC$  và  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , và  $SA = a\sqrt{2}$ .

- 1) Tính bán kính hình cầu ngoại tiếp tứ diện  $SABC$ .
- 2) Gọi  $O$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Kéo dài  $AO$  một đoạn  $OD = OA$ . Tính các cạnh của tứ diện  $SBCD$ .
- 3) Qua  $D$  dựng mặt phẳng  $(R)$  song song với  $BC$  sao cho góc nhọn tạo bởi  $BD$  và  $(R)$  bằng  $30^\circ$ . Tính diện tích thiết diện do  $(R)$  cắt tứ diện  $SBCD$ .