

Câu I.

1) Cho hàm số $y = \frac{4 + mx - 3x^2}{4x + m}$.

Với những giá trị nào của m thì tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ $x = 0$ vuông góc với tiệm cận ?

2) Tìm tất cả các giá trị h sao cho phương trình

$$X^4 + hX^3 + X^2 + hX + 1 = 0$$

có không ít hơn hai nghiệm âm khác nhau.

Câu II.

1) Xác định a để phương trình sau có nghiệm.

$$\sin^6 x - \cos^6 x = a |\sin 2x|.$$

2) Tìm những điểm cực đại của hàm số

$$y = \sqrt{3} \sin x + \cos x + \frac{2x + 3}{2}.$$

Câu III.

1) Giải bất phương trình

$$(x - 3) \sqrt{x^2 - 4} \leq x^2 - 9.$$

2) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = \sqrt{x - 2} + \sqrt{4 - x}.$$

Sử dụng kết quả đã tìm được để giải phương trình

$$\sqrt{x - 2} + \sqrt{4 - x} = x^2 - 6x + 11.$$

Câu IVa. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ trục chuẩn Oxy, cho họ đường cong phụ thuộc tham số m , có phương trình :

$$F(x, y) = x^2 + y^2 - 2m(x - a) = 0,$$

trong đó a là một số dương cho trước (cố định).

1) Với giá trị nào của m , phương trình trên là phương trình của đường tròn ? Ta kí hiệu (C) là đường tròn ứng với giá trị của m .

2) Chứng tỏ rằng đoạn thẳng nối điểm O (gốc tọa độ) với điểm $A(2a, 0)$ luôn luôn cắt đường tròn (C) .

3) Chứng minh rằng tồn tại một đường thẳng là trục đẳng phương cho tất cả các đường tròn (C) .

Câu IVb. Trong mặt phẳng (P) , cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Trong mặt phẳng đi qua AB và vuông góc với (P) , dựng tam giác đều ABE . Lấy M là một điểm thay đổi trên đoạn AB , đặt $BM = x$. Từ E kẻ đường vuông góc EN với MC (N thuộc đường thẳng MC). Gọi F, O theo thứ tự là trung điểm của AB, CE .

1) Tìm tập hợp điểm N khi M di chuyển trên đoạn AB .

2) Tính độ dài đoạn MO theo a và x .

3) Xác định giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của MO .