

Câu I. Cho hàm số

$$y = x^3 - 3ax^2 + 4a^3.$$

- 1) Với $a > 0$ cố định, hãy khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- 2) Xác định a để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị là đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.
- 3) Xác định a để đường thẳng $y = x$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt A, B, C với $AB = BC$.

Câu II.

Cho phương trình

$$\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1} = m.$$

- 1) Giải phương trình với $m = -\frac{1}{2}$.
- 2) Với những giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm ?

Câu III. 1) Chứng tỏ rằng với mọi α , ta luôn luôn có

$$4\sin 3\alpha + 5 \geq 4\cos 2\alpha + 5\sin \alpha.$$

2) Giải phương trình

$$\cos^3 4x = \cos 3x \cdot \cos^3 x + \sin 3x \cdot \sin^3 x.$$

Câu IVa.

Chứng minh $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x x^n \sin \pi x dx = 0$ ($n \in \mathbf{N}$).

Câu Va.

Mặt phẳng (P) được xác định bởi hệ phương trình chứa tham số u, v :

$$(P) : \begin{cases} x = 1 + v \\ y = 1 + 4u + 2v \\ z = u - v; \end{cases}$$

Đường thẳng (D) được xác định bởi hệ phương trình chứa tham số t :

$$(D) : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 7 - 2t \\ z = -1 + 4t. \end{cases}$$

Chứng minh rằng đường thẳng (D) song song với mặt phẳng (P).

Câu IVb.

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, cạnh đáy bằng a và đường cao bằng h . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC ; (P) cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'.

1) h phải thỏa mãn điều kiện gì để C' là một điểm thuộc cạnh SC ?

Khi đó hãy tính diện tích thiết diện AB'C'D'.

2) Tính thể tích hình chóp S.AB'C'D'.

3) Chứng tỏ rằng B'C'D' luôn luôn là một tam giác tù.