

Câu I.

Cho hàm số

$$y = \frac{m^2x^2 + 1}{x}$$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số ứng với  $m = 1$ .
- 2) Tìm những điểm trên đường thẳng  $y = 1$ , sao cho không thể có giá trị nào của  $m$  để đồ thị của hàm số đi qua.
- 3) Tìm những điểm cố định mà đồ thị của hàm số đi qua, với mọi  $m$ .
- 4) Xác định  $a$  để  $x^2 - ax + 1 > 0$  với mọi  $x > 0$ .

Câu II.

Cho hai phương trình

$$x^2 - x + m = 0, \quad (1)$$

$$x^2 - 3x + m = 0. \quad (2)$$

Với những giá trị nào của  $m$  thì phương trình (2) có một nghiệm khác 0, gấp 2 lần một nghiệm của phương trình (1)?

Câu III.

1) Gọi  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Chứng minh

$$\cotg A + \cotg B + \cotg C = \frac{R(a^2 + b^2 + c^2)}{abc}.$$

2) 3 số  $a, b, c$  thỏa mãn điều kiện  $a + b + c = abc$ . Chứng minh rằng:

$$a(b^2 - 1)(c^2 - 1) + b(a^2 - 1)(c^2 - 1) + c(a^2 - 1)(b^2 - 1) = 4abc.$$

Câu IVa.

Trên mặt phẳng tọa độ xét hai điểm  $A(a, 0)$ ,  $B(0, b)$  với  $ab \neq 0$ . Gọi  $(C)$  là đường tròn tiếp xúc với  $Ox$  tại  $A$ , và có tâm  $C$  với tung độ  $y_C = m$ , trong đó  $m$  là tham số lấy mọi giá trị khác 0 và khác  $(a^2 + b^2)/2b$ .

- 1) Đường thẳng  $AB$  cắt đường tròn  $(C)$  tại giao điểm thứ hai là  $P$ . Hãy xác định các tọa độ của  $P$ .
- 2) Xác định tâm  $K$  của đường tròn  $(K)$  tiếp xúc với  $Oy$  tại  $B$ , và đi qua  $P$ .
- 3) Các đường tròn  $(C)$ ,  $(K)$  cắt nhau tại  $P$  và  $Q$ . Chứng tỏ khi  $m$  thay đổi, đường thẳng  $PQ$  luôn đi qua một điểm cố định.

Câu IVb.

Trong mặt phẳng  $(P)$  cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Qua  $B, C$ , dựng lần lượt hai nửa đường thẳng  $(d_1), (d_2)$  nằm cùng phía và vuông góc với  $(P)$ . Trên  $(d_1)$  lấy điểm  $D_1$ , trên  $(d_2)$  lấy điểm  $D_2$ .

- 1) Hãy xác định vị trí của  $D_1$  trên  $(d_1)$ , sao cho trên  $(d_2)$  tồn tại một điểm  $D_2$  duy nhất nhìn  $AD_1$  dưới góc vuông.
- 2) Giả sử  $D_1, D_2$  chuyển động trên  $(d_1), (d_2)$ , sao cho tổng  $BD_1 + CD_2 = 2b$  không đổi.
  - a) Chứng minh rằng mặt phẳng  $(AD_1D_2)$  luôn quay quanh một đường thẳng cố định, và khối đa diện  $ABCD_1D_2$  có thể tích không đổi.
  - b) Tìm tập hợp hình chiếu vuông góc của trung điểm cạnh  $BC$  lên mặt phẳng  $(AD_1D_2)$ .