

Câu I.

Cho hàm số

$$y = \frac{m^2x^2 + 1}{x}$$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số ứng với $m = 1$.
- 2) Tìm những điểm trên đường thẳng $y = 1$, sao cho không thể có giá trị nào của m để đồ thị của hàm số đi qua.
- 3) Tìm những điểm cố định mà đồ thị của hàm số đi qua, với mọi m .
- 4) Xác định a để $x^2 - ax + 1 > 0$ với mọi $x > 0$.

Câu II.

Cho hai phương trình

$$x^2 - x + m = 0, \quad (1)$$

$$x^2 - 3x + m = 0. \quad (2)$$

Với những giá trị nào của m thì phương trình (2) có một nghiệm khác 0, gấp 2 lần một nghiệm của phương trình (1)?

Câu III.

- 1) Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Chứng minh

$$\cotg A + \cotg B + \cotg C = \frac{R(a^2 + b^2 + c^2)}{abc}.$$

- 2) 3 số a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = abc$. Chứng minh rằng:

$$a(b^2 - 1)(c^2 - 1) + b(a^2 - 1)(c^2 - 1) + c(a^2 - 1)(b^2 - 1) = 4abc.$$

Câu IVa.

Trên mặt phẳng tọa độ xét hai điểm $A(a, 0)$, $B(0, b)$ với $ab \neq 0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với Ox tại A , và có tâm C với tung độ $y_C = m$, trong đó m là tham số lấy mọi giá trị khác 0 và khác $(a^2 + b^2)/2b$.

- 1) Đường thẳng AB cắt đường tròn (C) tại giao điểm thứ hai là P . Hãy xác định các tọa độ của P .
- 2) Xác định tâm K của đường tròn (K) tiếp xúc với Oy tại B , và đi qua P .
- 3) Các đường tròn (C) , (K) cắt nhau tại P và Q . Chứng tỏ khi m thay đổi, đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định.

Câu IVb.

Trong mặt phẳng (P) cho tam giác đều ABC cạnh a . Qua B, C , dựng lần lượt hai nửa đường thẳng $(d_1), (d_2)$ nằm cùng phía và vuông góc với (P) . Trên (d_1) lấy điểm D_1 , trên (d_2) lấy điểm D_2 .

- 1) Hãy xác định vị trí của D_1 trên (d_1) , sao cho trên (d_2) tồn tại một điểm D_2 duy nhất nhìn AD_1 dưới góc vuông.
- 2) Giả sử D_1, D_2 chuyển động trên $(d_1), (d_2)$, sao cho tổng $BD_1 + CD_2 = 2b$ không đổi.
 - a) Chứng minh rằng mặt phẳng (AD_1D_2) luôn quay quanh một đường thẳng cố định, và khối đa diện $ABCD_1D_2$ có thể tích không đổi.
 - b) Tìm tập hợp hình chiếu vuông góc của trung điểm cạnh BC lên mặt phẳng (AD_1D_2) .