Đáp án tham khảo kỳ thi cao đẳng năm 2011

Môn Toán – Khối A, B, D

Câu 1:

Xét $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

1) TXĐ: $\forall x \in R$

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} y = +\infty$

Đồ thị không có tiệm cận

$y' = -x^2 + 4x - 3 = -(x-1)(x-3)$

$y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$		$+$		$-$	
y	$+\infty$	↘	$+\infty$	↗	1	↘	
			$-\frac{1}{3}$				$-\infty$

Hàm số đồng biến trên đoạn $[1;3]$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1] \cup [3;+\infty)$

Hàm số đạt cực đại tại x=3 và nhận giá trị y=1, cực tiểu tại x=1 và nhận giá trị y=-1/3.

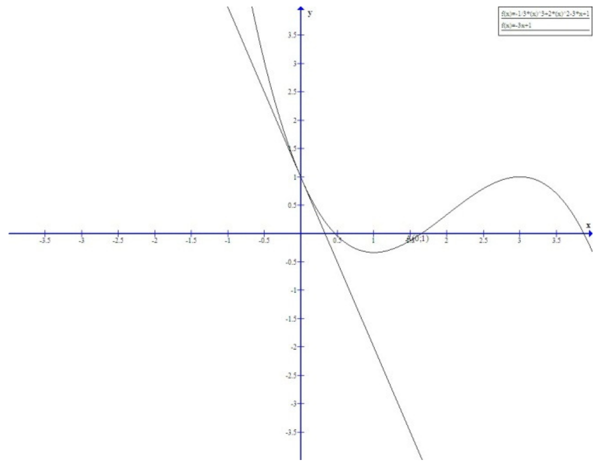
2) Giao điểm của đồ thị (C) và trục tung là điểm $A(0;1)$

Tại x=0 ta có $y' = -3$

Phương trình tiếp tuyến tại $A(0;1)$ là

$y - 1 = -3(x - 0)$

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y + 3x - 1 = 0$



Câu 2

1. $cos4x + 12\sin^2 x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x - 1 + 6(1 - \cos 2x) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \cos^2 2x - 3\cos 2x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = 2 \end{array}\right.$

TH1: $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathrm{Z})$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in Z)$

TH2: $\cos 2x = 2$ (loại).

2. Điều kiện $x^2 - 2\mathrm{x} - 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x < -1 \end{array}\right.$

$4^{\mathrm{x}} - 3.2^{x+\sqrt{x^2-2\mathrm{x}-3}} - 4^{1+\sqrt{x^2-2\mathrm{x}-3}} > 0$

$\Leftrightarrow \left(2^x\right)^2 - 3.2^x.2^{\sqrt{x^2-2\mathrm{x}-3}} - 4.\left(2^{\sqrt{x^2-2\mathrm{x}-3}}\right)^2 > 0$

$\Leftrightarrow \left(2^x - 4.2^{\sqrt{x^2-2\mathrm{x}-3}}\right)\left(2^x + 2^{\sqrt{x^2-2\mathrm{x}-3}}\right) > 0 \qquad (1)$

Ta thấy $2^x + 2^{\sqrt{x^2-2x-3}} > 0$ với $\forall x$

(1) $\Leftrightarrow 2^x - 4.2^{\sqrt{x^2-2x-3}} > 0$

$\Leftrightarrow 2^x > 4.2^{\sqrt{x^2-2x-3}}$

$\Leftrightarrow 2^x > 2^{2+\sqrt{x^2-2x-3}}$

$\Leftrightarrow x > 2 + \sqrt{x^2-2x-3}$

$\Leftrightarrow x - 2 > \sqrt{x^2-2x-3}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ (x-2)^2 > x^2 - 2x - 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 > x^2 - 2x - 3 \\ x > 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < \dfrac{7}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow 2 < x < \dfrac{7}{2}$

Kết hợp với điều kiện ban đầu ta có: $2 < x < \dfrac{7}{2}$

Câu 3:

$I = \int_1^2 \dfrac{2x+1}{x(x+1)} dx = \int_1^2 \dfrac{2}{x} dx - \int_1^2 \dfrac{1}{x(x+1)} dx = 2\int_1^2 \dfrac{1}{x} dx - \int_1^2 \dfrac{1}{x} dx + \int_1^2 \dfrac{1}{x+1} dx$

$I = \ln|x|\Big|_1^2 + \ln|x+1|\Big|_1^2 = \ln 2 + \ln 3 - \ln 2$

$I = \ln 3$

Câu 4:

Do $SA \perp mp(ABC)$

$\Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow BC \perp mp(SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Vậy $\widehat{SBA}$ là góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC)

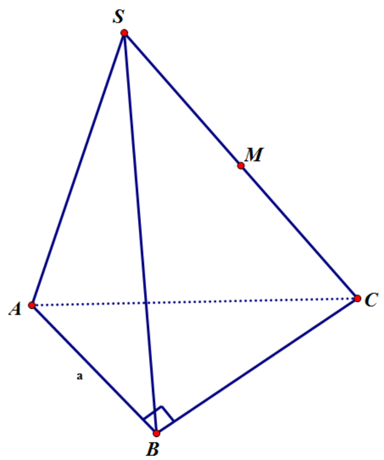
$\Rightarrow \widehat{SBA} = 30° \Rightarrow SA = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a$

Thể tích khối chóp $SABC$ là

$$V_{SABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{18}a^3$$

Vì M là trung điểm SC nên đường cao từ M xuống $mp(SAB)$ bằng ½ đường cao từ C xuống $mp(SAB)$.

$$\Rightarrow V_{SABM}=\frac{1}{2}V_{SABC}=\frac{\sqrt{3}}{36}a^3$$



Câu 5

Xét $6+x+2\sqrt{(4-x)(2x-2)}=m+4(\sqrt{4-x}+\sqrt{2x-2})$

Điều kiện $1\le x\le 4$

Đặt $\begin{cases}\sqrt{4-x}=a\\ \sqrt{2x-2}=b\end{cases}\Rightarrow a^2+b^2=6+x\qquad (a,b>0)$

Khi đó

$$a^2+b^2+2ab=m+4(a+b)$$
$$\Rightarrow (a+b)^2-4(a+b)=m$$

Đặt

$a+b=t \Rightarrow t=f_{(x)}=\sqrt{4-x}+\sqrt{2\mathrm{x}-2}$

$f'_{(x)}=\dfrac{-1}{2\sqrt{4-x}}+\dfrac{1}{\sqrt{2\mathrm{x}-2}}$

$f'_{(x)}=0 \Rightarrow x=3$

$Maxf=Max\left\{f_{(1)},f_{(3)},f_{(4)}\right\}=3$

$\mathrm{Minf}=Min\left\{f_{(1)},f_{(3)},f_{(4)}\right\}=\sqrt{3}$

Do $f_{(1)}=\sqrt{3}, f_{(3)}=3, f_{(4)}=\sqrt{6}$

Ta có $m=t^2-4t=g_{(t)}$ và $t\in(\sqrt{3},3)$

$g'_{(t)}=2t-4=0 \Rightarrow t=2$

$$\Rightarrow \begin{cases} Max\ g_{(t)}=Max(g_{(\sqrt{3})},g_{(2)},g_{(3)}) \\ Min\ g_{(t)}=Min(g_{(\sqrt{3})},g_{(2)},g_{(3)}) \end{cases}$$

$g_{(\sqrt{3})}=3-4\sqrt{3}, g_{(2)}=-4, g_{(3)}=-3$

Vậy $m\in[-4,-3]$ thoả mãn điều kiện đề bài

Câu 6a:

1. Đường thẳng $(d): x+y+3=0$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1;1)$

Đường thẳng h đi qua $A(2;-4)$ và tạo với đường thẳng (d) 1 góc $45°$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_n(a;b)$

$$\Rightarrow \cos 45° = \frac{\vec{u}_n.\vec{u}_d}{|\vec{u}_n|.|\vec{u}_d|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{a+b}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{2}}$$

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}=a+b$

$\Leftrightarrow a^2+b^2=a^2+b^2+2ab$

$\Leftrightarrow ab=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases}$$

- Với a=0, ta có đường thẳng cần tìm là $\mathrm{y}=-4$
- Với b=0, ta có đường thẳng cần tìm là $\mathrm{x}=2$

Vậy các đường thẳng cần tìm là: $y = -4$ và $x = 2$

2. $\overrightarrow{AB}$ = (2; -2; 8)

Phương trình đường thẳng AB đi qua A nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ chỉ phương là:

(d): $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-8}$

Toạ độ điểm M là giao điểm của đường (d) và mặt phẳng (P)

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-8} = t \\ 2x+y-3z-4=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2t-1 \\ y = -2t+2 \\ z = -8t+3 \\ 2.(2t-1)+(-2t+2)-3(8t+3)-3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2t-1 \\ y = -2t+2 \\ z = -8t+3 \\ -22t-13=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2t-1 \\ y = -2t+2 \\ z = -8t+3 \\ t = \frac{-13}{22} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{24}{11} \\ y = \frac{35}{11} \\ z = \frac{85}{11} \end{cases}$$

Vậy $M(-\frac{24}{11};\frac{35}{11};\frac{85}{11})$

Câu 6b:

1. Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+3y-7=0 \\ 3x+2y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow A(-1;-2)$$

Véc tơ chỉ phương của BC là $\vec{u}(4;5) \Rightarrow$ véc tơ chỉ phương của BC là $\vec{n}=(-5;4) \Rightarrow$ phương trình đường cao kẻ từ A nhận véc tơ $\vec{n}=(-5;4)$ làm véc tơ chỉ phương

$\Rightarrow (d): -5x+4y+c=0$

Đường thẳng (d) đi qua A: $(-5).(-1)+4.(-2)+c=0 \Leftrightarrow c=3$

Vậy phương trình đường cao là $(d): -5x+4y+3=0$

2.

$d: \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$

$\Rightarrow$ véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u}(4;-3;1)$

Gọi H là trung điểm của AB

Điểm $M(1;-1;1)$ là một điểm thuộc d

$\Rightarrow \overline{MI}(0,3,-4)$

$\Rightarrow IH-d(I,d)=\dfrac{\left\|\left[\vec{u};\overline{MI}\right]\right\|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{9^2+16^2+12^2}}{\sqrt{4^2+(-3)^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{74}}{2}$

$AH=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{\sqrt{26}}{2}$

Theo Pitago

$IA=\sqrt{IH^2-AH^2}=5$

Bán kính mặt cầu: $R=IA=5$

Phương trình mặt cầu: $(x-2)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$

Câu 7a.

$(1+2i)^2 z+\overline{z}=4i-20$

$\Leftrightarrow (-3+4i)z+\overline{z}=4i-20$

Đặt $z=a+bi$

Phương trình trở thành:

$(-3+4i)(a+bi)+(a-bi)=4i-20$

$\Leftrightarrow -3bi+4ai-3a-4b+a-bi=4i-20$

$\Leftrightarrow (-4b+4a-4)i+(-2a-4b+20)=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4b+4a-4=0 \\ -2a-4b+20=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}$

$\Rightarrow |z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Câu7b.

Xét:

$z^2-2(1+i)z+2i=0$
$\Delta'=(1+i)^2-2i=1+i^2=0$
$\Rightarrow z=\dfrac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}=1+i$
$z=1+i\Rightarrow \dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{1+i}\dfrac{1-i}{2}$

Vậy phần thực của $\dfrac{1}{z}$ là $\dfrac{1}{2}$

Phần ảo của $\dfrac{1}{z}$ là $-\dfrac{1}{2}$